

Codage de l'information

Systèmes numériques

by

Mehdi Rouan-Serik

October 4, 2022

Sommaire

1. Introduction

Définition du codage en général

2. Système de numération

Comment les machines stocke les informations

3. Conversions

Passage entre différentes bases

4. Opérations arithmétiques

Addition, soustraction, etc...

5. Nombres signés

Compléments à 1 et à 2.

Introduction

Introduction

Introduction

Rang d'un chiffre

C'est la place de ce chiffre dans le nombre en comptant à partir de la droite

Introduction

Rang d'un chiffre

C'est la place de ce chiffre dans le nombre en comptant à partir de la droite

Exemple

dans le nombre 6 1 0 8 6 :

$$\text{rang}(6) = 0 \quad \text{rang}(8) = 1$$

$$\text{rang}(0) = 2 \quad \text{rang}(1) = 3$$

$$\text{rang}(6) = 4$$

Systemes de numération

Système décimal

On utilise dix symboles (chiffres) différents de **0** à **9**. C'est le système à base 10. Un nombre se décompose en somme de facteur de 10^n .

Exemple

3210

$$(2604)_{10} =$$

Système décimal

On utilise dix symboles (chiffres) différents de **0** à **9**. C'est le système à base 10. Un nombre se décompose en somme de facteur de 10^n .

Exemple

3210

$$(2604)_{10} = 4 \times 10^0 +$$

Système décimal

On utilise dix symboles (chiffres) différents de **0** à **9**. C'est le système à base 10. Un nombre se décompose en somme de facteur de 10^n .

Exemple

³²¹⁰

$$(2604)_{10} = 4 \times 10^0 + 0 \times 10^1 +$$

Système décimal

On utilise dix symboles (chiffres) différents de **0** à **9**. C'est le système à base 10. Un nombre se décompose en somme de facteur de 10^n .

Exemple

³²¹⁰

$$(2604)_{10} = 4 \times 10^0 + 0 \times 10^1 + 6 \times 10^2 +$$

Système décimal

On utilise dix symboles (chiffres) différents de **0** à **9**. C'est le système à base 10. Un nombre se décompose en somme de facteur de 10^n .

Exemple

³²¹⁰

$$(2604)_{10} = 4 \times 10^0 + 0 \times 10^1 + 6 \times 10^2 + 2 \times 10^3$$

Système binaire

On utilise deux symboles (chiffres) différents **0** et **1**. C'est le système à base 2. Un nombre se décompose en somme de facteur de 2^n .

Exemple

3210

$$(1011)_2 =$$

Système binaire

On utilise deux symboles (chiffres) différents **0** et **1**. C'est le système à base 2. Un nombre se décompose en somme de facteur de 2^n .

Exemple

3210

$$(1011)_2 = 1 \times 2^0 +$$

Système binaire

On utilise deux symboles (chiffres) différents **0** et **1**. C'est le système à base 2. Un nombre se décompose en somme de facteur de 2^n .

Exemple

³²¹⁰

$$(1011)_2 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 +$$

Système binaire

On utilise deux symboles (chiffres) différents **0** et **1**. C'est le système à base 2. Un nombre se décompose en somme de facteur de 2^n .

Exemple

3210

$$(1011)_2 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 +$$

Système binaire

On utilise deux symboles (chiffres) différents **0** et **1**. C'est le système à base 2. Un nombre se décompose en somme de facteur de 2^n .

Exemple

3210

$$(1011)_2 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3$$

Système binaire

On utilise deux symboles (chiffres) différents **0** et **1**. C'est le système à base 2. Un nombre se décompose en somme de facteur de 2^n .

Exemple

$$(1011)_2 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 = (11)_{10}$$

Système hexadécimal

On utilise seize symboles (chiffres) différents de **0** à **9** et on remplace 10 par **A**, 11 par **B**, jusqu'à 15 par **F**. C'est le système à base 16. Un nombre se décompose en somme de facteur de 16^n .

Exemple

3210

$$(EF7A)_{16} =$$

Système hexadécimal

On utilise seize symboles (chiffres) différents de **0** à **9** et on remplace 10 par **A**, 11 par **B**, jusqu'à 15 par **F**. C'est le système à base 16. Un nombre se décompose en somme de facteur de 16^n .

Exemple

³²¹⁰

$$(EF7A)_{16} = 10 \times 16^0 +$$

Système hexadécimal

On utilise seize symboles (chiffres) différents de **0** à **9** et on remplace 10 par **A**, 11 par **B**, jusqu'à 15 par **F**. C'est le système à base 16. Un nombre se décompose en somme de facteur de 16^n .

Exemple

³²¹⁰

$$(EF7A)_{16} = 10 \times 16^0 + 7 \times 16^1 +$$

Système hexadécimal

On utilise seize symboles (chiffres) différents de **0** à **9** et on remplace 10 par **A**, 11 par **B**, jusqu'à 15 par **F**. C'est le système à base 16. Un nombre se décompose en somme de facteur de 16^n .

Exemple

³²¹⁰

$$(EF7A)_{16} = 10 \times 16^0 + 7 \times 16^1 + 15 \times 16^2 +$$

Système hexadécimal

On utilise seize symboles (chiffres) différents de **0** à **9** et on remplace 10 par **A**, 11 par **B**, jusqu'à 15 par **F**. C'est le système à base 16. Un nombre se décompose en somme de facteur de 16^n .

Exemple

³²¹⁰

$$(EF7A)_{16} = 10 \times 16^0 + 7 \times 16^1 + 15 \times 16^2 + 14 \times 16^3$$

Système hexadécimal

On utilise seize symboles (chiffres) différents de **0** à **9** et on remplace 10 par **A**, 11 par **B**, jusqu'à 15 par **F**. C'est le système à base 16. Un nombre se décompose en somme de facteur de 16^n .

Exemple

$$(EF7A)_{16} = 10 \times 16^0 + 7 \times 16^1 + 15 \times 16^2 + 14 \times 16^3 = (65191)_{10}$$

Conversions

Binaire / Hex \Rightarrow Décimal

Pour convertir un nombre dans une base $b \geq 2$ vers le décimal, on écrit le nombre sous forme de somme de facteur de \mathbf{b}^n comme suit :

$$(C_{n-1}C_{n-2}\cdots C_1C_0)_b = \left(\sum_{i=0}^{n-1} C_i b^i \right)_{10}$$

Exemples :

$$(11011)_2 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4 = (27)_{10}$$

$$(30BC)_{16} = 12 \times 16^0 + 11 \times 16^1 + 0 \times 16^2 + 3 \times 16^3 = (12476)_{10}$$

Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

57

Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

57 2

Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$57 \begin{array}{l} | \\ \hline 2 \end{array}$$

Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r} 57 \quad | \quad 2 \\ \hline 1 \end{array}$$

Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r|l} 57 & 2 \\ \hline 1 & 28 \end{array}$$

Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r|l} 57 & 2 \\ \hline 1 & 28 \quad 2 \end{array}$$

Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r|l} 57 & 2 \\ \hline 1 & 28 \\ & \hline & 2 \end{array}$$

Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r} 57 \quad | \quad 2 \\ 1 \quad | \quad 28 \quad | \quad 2 \\ \quad \quad | \quad 0 \end{array}$$

Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r} 57 \quad | \quad 2 \\ 1 \quad | \quad 28 \quad | \quad 2 \\ \quad | \quad 0 \quad | \quad 14 \end{array}$$

Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r} 57 \quad | \quad 2 \\ \hline 1 \quad 28 \quad | \quad 2 \\ \hline \quad 0 \quad 14 \quad 2 \end{array}$$

Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r} 57 \quad | \quad 2 \\ 1 \quad | \quad 28 \\ \quad | \quad 0 \quad | \quad 2 \\ \quad | \quad 14 \quad | \quad 2 \\ \quad | \quad \quad \quad | \end{array}$$

Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r} 57 \quad | \quad 2 \\ 1 \quad | \quad 28 \\ \quad | \quad 0 \quad | \quad 2 \\ \quad | \quad 14 \quad | \quad 2 \\ \quad | \quad 0 \end{array}$$

Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r} 57 \quad | \quad 2 \\ \hline 1 \quad 28 \quad | \quad 2 \\ \quad \quad 0 \quad 14 \quad | \quad 2 \\ \quad \quad \quad 0 \quad 7 \end{array}$$

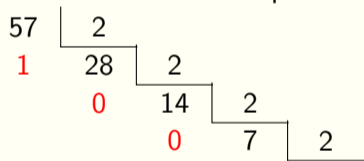
Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r} 57 \quad | \quad 2 \\ \hline 1 \quad 28 \quad | \quad 2 \\ \hline 0 \quad 14 \quad | \quad 2 \\ \hline 0 \quad 7 \quad 2 \end{array}$$

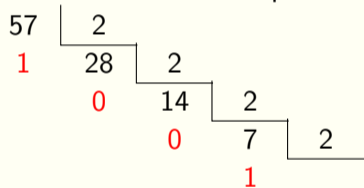
Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :



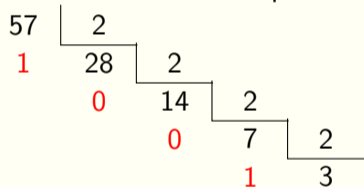
Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :



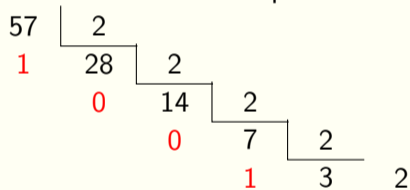
Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :



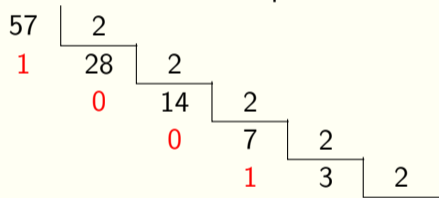
Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :



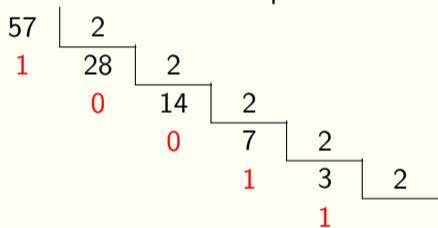
Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :



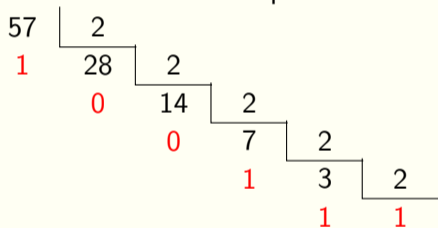
Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :



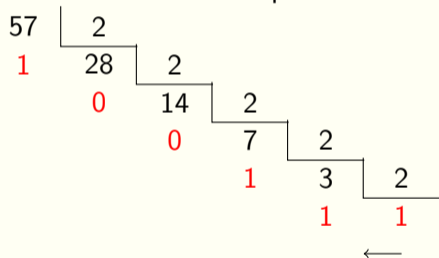
Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :



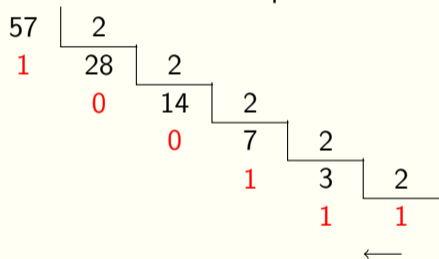
Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :



Décimal \Rightarrow Binaire

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base binaire, on procède par division successives par **2** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre binaire est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :



$$(57)_{10} = (111001)_2$$

Décimal \Rightarrow Hex

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base hexadécimale, on procède par division successives par **16** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre hexadécimal est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

2021

Décimal \Rightarrow Hex

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base hexadécimale, on procède par division successives par **16** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre hexadécimal est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

2021 16

Décimal \Rightarrow Hex

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base hexadécimale, on procède par division successives par **16** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre hexadécimal est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$2021 \begin{array}{l} | \\ \hline 16 \end{array}$$

Décimal \Rightarrow Hex

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base hexadécimale, on procède par division successives par **16** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre hexadécimal est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r} 2021 \quad | \quad 16 \\ \hline 5 \end{array}$$

Décimal \Rightarrow Hex

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base hexadécimale, on procède par division successives par **16** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre hexadécimal est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r} 2021 \overline{) 16} \\ \underline{5} \\ 126 \end{array}$$

Décimal \Rightarrow Hex

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base hexadécimale, on procède par division successives par **16** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre hexadécimal est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r} 2021 \overline{) 16} \\ \underline{5 } \\ 126 \\ \underline{16} \\ 0 \end{array}$$

Décimal \Rightarrow Hex

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base hexadécimale, on procède par division successives par **16** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre hexadécimal est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r|l} 2021 & 16 \\ \hline 5 & 126 \\ & \hline & 16 \end{array}$$

Décimal \Rightarrow Hex

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base hexadécimale, on procède par division successives par **16** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre hexadécimal est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r} 2021 \left| \begin{array}{l} 16 \\ 126 \end{array} \right. \begin{array}{l} \\ 16 \end{array} \\ \quad 5 \quad \left| \begin{array}{l} 14 \end{array} \right. \end{array}$$

Décimal \Rightarrow Hex

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base hexadécimale, on procède par division successives par **16** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre hexadécimal est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r} 2021 \quad | \quad 16 \\ \quad 5 \quad | \quad 126 \quad | \quad 16 \\ \quad \quad 14 \quad | \quad 7 \end{array}$$

Décimal \Rightarrow Hex

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base hexadécimale, on procède par division successives par **16** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre hexadécimal est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r|l} 2021 & 16 \\ \hline 5 & 126 \\ & \underline{14} \\ & 14 & 16 \\ & & \underline{7} \\ & & 7 \end{array}$$

←

Décimal \Rightarrow Hex

Pour convertir un nombre dans la base décimale vers la base hexadécimale, on procède par division successives par **16** jusqu'à obtenir un quotient égal à 0. Le nombre hexadécimal est l'ensemble des restes à partir de la dernière opération de division :

$$\begin{array}{r} 2021 \left| \begin{array}{l} 16 \\ 126 \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} 16 \\ 7 \end{array} \right. \\ \color{red}{5} \quad \color{red}{14} \quad \color{red}{7} \end{array}$$

←

$$(2021)_{10} = (7E5)_{16}$$

Binaire \Leftrightarrow Hex

Il est facile de passer de la base binaire 2 à la base hexadécimale $16 = 2^4$. Il suffit de coder chaque digit hexadécimal sur 4 bits binaires et vice versa :

$$(1|1010|0110|1101)_2 = (1|A|6|D)_{16}$$

$$(1101)_2 = (13)_{10} = (D)_{16}$$

$$(0110)_2 = (6)_{10} = (6)_{16}$$

$$(1010)_2 = (10)_{10} = (A)_{16}$$

$$(1)_2 = (1)_{10} = (1)_{16}$$

$$\underbrace{\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix}}_1 \underbrace{\begin{matrix} A \\ 1010 \end{matrix}}_A \underbrace{\begin{matrix} 6 \\ 0110 \end{matrix}}_6 \underbrace{\begin{matrix} D \\ 1101 \end{matrix}}_D)_2$$

$$(3|E|F|5)_{16} = (11|1110|1111|0101)_2$$

$$(5)_{16} = (0101)_2$$

$$(F)_{16} = (1111)_2$$

$$(E)_{16} = (1110)_2$$

$$(3)_{16} = (0011)_2$$

$$\underbrace{\begin{matrix} 3 \\ 11 \end{matrix}}_3 \underbrace{\begin{matrix} E \\ 1110 \end{matrix}}_E \underbrace{\begin{matrix} F \\ 1111 \end{matrix}}_F \underbrace{\begin{matrix} 5 \\ 0101 \end{matrix}}_5)_{16}$$

Opérations binaires

Opérations arithmétiques

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ + \\ \hline = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ - \\ \hline = 1 \end{array}$$

Nombres signés

Signe Valeur Absolue (SVA)

Comment coder un nombre décimal négatif (-13) en binaire ?

Exemple

$$(13)_{10} = (1101)_2$$

$$(-13)_{10} = (-1101)_2$$

Problème

Le signe $-$ peut nous poser un problème en binaire, par quoi le remplacer ?

Signe Valeur Absolue (SVA)

Comment coder un nombre décimal négatif (-13) en binaire ?

Exemple

$$(13)_{10} = (1101)_2$$

$$(-13)_{10} = (-1101)_2$$

Solution

Remplacer le signe $-$ par un **1** !

SVA

Cette dernière proposition s'appelle la représentation en signe valeur absolue (SVA).

Problème

Le signe $-$ peut nous poser un problème en binaire, par quoi le remplacer ?

Exemple

$$(-13)_{10} = (11101)_2$$

Classroom



x5gz27n