

AXE II : OPERATIONS FINANCIERES A LONG TERME

Fiche 4 : Intérêt composé

1. Définition

Un capital est placé à intérêts composés si au terme de chaque période de capitalisation, l'intérêt généré s'ajoute au capital initialement placé pour, ensemble, porter intérêt au cours des périodes suivantes.

2. Valeur acquise par un capital placé à intérêts composés

La valeur acquise est la somme du capital placé et des intérêts générés.

Désignons par :

C_n : la valeur acquise au terme de n périodes de placement

C_0 : le capital placé

n : la durée de placement, exprimée en périodes

i : le taux d'intérêt pour une période.

Observation :

Il convient de noter que le taux d'intérêt exprime, dans le cas des intérêts composés, l'intérêt produit par 1 dinar placé pendant une période.

La valeur acquise par un capital placé à intérêts composés est donnée par le tableau suivant :

Années	Capital placé au début de la période	Intérêts de la période	Valeur acquise au terme de la période
1	C_0	$C_0 \cdot i$	$C_0 + C_0 \cdot i = C_0(1+i)$
2	$C_0(1+i)$	$C_0(1+i)i$	$C_0(1+i) + C_0(1+i)i = C_0(1+i)^2$
⋮	⋮	⋮	⋮
$n-1$	$C_0(1+i)^{n-2}$	$C_0(1+i)^{n-2} i$	$C_0(1+i)^{n-2} + C_0(1+i)^{n-2} i = C_0(1+i)^{n-1}$
n	$C_0(1+i)^{n-1}$	$C_0(1+i)^{n-1} i$	$C_0(1+i)^{n-1} + C_0(1+i)^{n-1} i = C_0(1+i)^n$

Remarque :

Le tableau ci-dessus indique que les valeurs successives des intérêts sont en progression géométrique de raison $(1+i)$. Il met également en évidence le fait que les intérêts d'une période se fondent en partie sur ceux accumulés au cours des périodes précédentes.

La valeur acquise C_n d'un capital C_0 placé à intérêts composés au taux i pendant n périodes, s'obtient directement par :

$$C_n = C_0(1+i)^n$$

Exercice

Quelle est la valeur acquise par un capital de 200.000 DA placé à intérêts composés pendant 5 ans au taux de 2% ?

Solution

$$C_5 = 200.000 (1,02)^5 = 200.000 \times 1,1040808032 = \mathbf{220816,16}$$

3. Transformation de l'expression générale

L'expression générale comporte trois variables : C_0 , i , n .

Chacune d'elles peut être obtenue en fonction des deux autres.

La détermination de la valeur de C_0 , dans le cas où les autres variables sont connues, s'effectue à partir de :

$$C_0 = C_n (1+i)^{-n}$$

Les valeurs tabulaires de $(1+i)^{-n}$ sont données par la table n° 2.

Cas où i est l'inconnue

La transformation de la formule générale aboutit à :

$$\frac{C_n}{C_0} = (1+i)^n$$

4. Valeur actuelle d'un capital placé à intérêts composés

4.1. Définition

La valeur C_n acquise par un capital placé pendant n périodes s'obtient par la capitalisation des intérêts. L'actualisation permet, par le processus inverse, de déterminer la valeur actuelle de C_n , également appelée valeur à l'origine ou valeur à l'époque zéro.

4.2. Expression générale

La valeur acquise est donnée par l'expression :

$$C_n = C_0 (1+i)^n$$

Divisons les deux membres par $(1+i)^n$

$$C_n / (1+i)^n = C_0 (1+i)^n / (1+i)^n :$$

D'où :

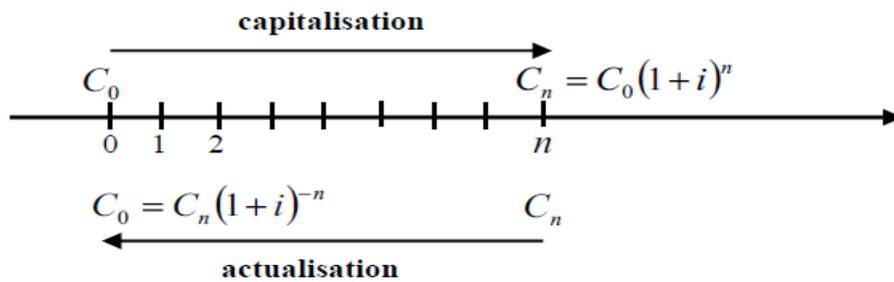
$$C_0 = C_n / (1+i)^n$$

Ou encore :

$$C_0 = C_n / (1 + i)^{-n}$$

Cette expression fournit la valeur actuelle C_0 d'une somme dont l'expression à l'époque future n est C_n .

Représentation graphique



Exercice :

Quelle est la valeur actuelle d'une valeur capitalisée de de 597026,1482645 DA placé à intérêts composés pendant 6 ans au taux de 3% ?