

Exemple : Une entreprise veut mener une étude sur la liaison entre les dépenses (hebdomadaires) mensuelle en publicité et le volume des ventes qu'elle réalise. Nous avons obtenu au cours des six derniers mois les données suivantes :

les dépenses publicitaires(en milliers de DA)	70	80	30	50	35	45
Le volume des ventes (en milliers de DA)	580	380	200	310	400	450

1. Poser L'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative
2. Calculer coefficient de corrélation r de X et Y
3. Donner la droite de régression de X et Y .
4. Commentez les résultats obtenus.

Solution:

- ✓ **L'hypothèse nulle (H_0) :** il n'y a pas une relation entre les dépenses publicitaires X et le volume des ventes Y .
- ✓ **L'hypothèse alternative (bilatérale) (H_1) :** il y'a une relation entre les dépenses publicitaires X et le volume des ventes Y .

les mois	les dépenses publicitaires X	Le volume des ventes Y	$(x_i - \bar{X})$	$(x_i - \bar{X})^2$	$(y_i - \bar{Y})$	$(y_i - \bar{Y})^2$	$(x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})$
1	70	580	18	324	193	37249	3474
2	80	380	28	784	-7	49	-196
3	30	200	-22	484	-187	34969	4114

4	50	310	-2	4	-77	5929	154
5	35	400	-17	289	13	169	-221
6	45	450	-7	49	63	3969	-441
Σ	310	2320		1934		82334	6884

La moyenne :

La taille de l'échantillon $N=6$ (cas des petits échantillons)

On calcule les moyennes arithmétiques \bar{X} et \bar{Y} . On trouve :

$$\bar{X} = \sum xi / N$$

$$\bar{X} = 310 / 6 = 51.6 \approx 52$$

$$\bar{Y} = 2320 / 6 = 386.66 \approx 387$$

La variance :

$$V(x) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{N}$$

$$V(x) = 1934 / 6 = 322.33$$

$$V(y) = 82334 / 6 = 13722.33$$

L'écart type :

$$\delta(x) = \sqrt{V(x)} = 17.95$$

$$\delta(y) = \sqrt{V(y)} = 117.14$$

La covariance :

$$Cov(X, Y) = \frac{\sum [(x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})]}{N}$$

$$Cov(X, Y) = 6884 / 6 = 1147.33$$

Le coefficient de corrélation :

$$r = \frac{Cov(xy)}{\delta_x \delta_y}$$

$r = 1147.33 / (17.95 * 117.14) = +0.55 \rightarrow$ Corrélation positive forte.

Le coefficient R^2 :

$$r^2 = (0.55)^2 = 0.30$$

$$R^2 = 0.55^2 * 100 = 30\%.$$

La droite de régression de Y en X :

Elle est de la forme : $Y' = ax + b$

$$a = Cov(X, Y) / V(x) = 1147.33 / 17.95 = 3.56$$

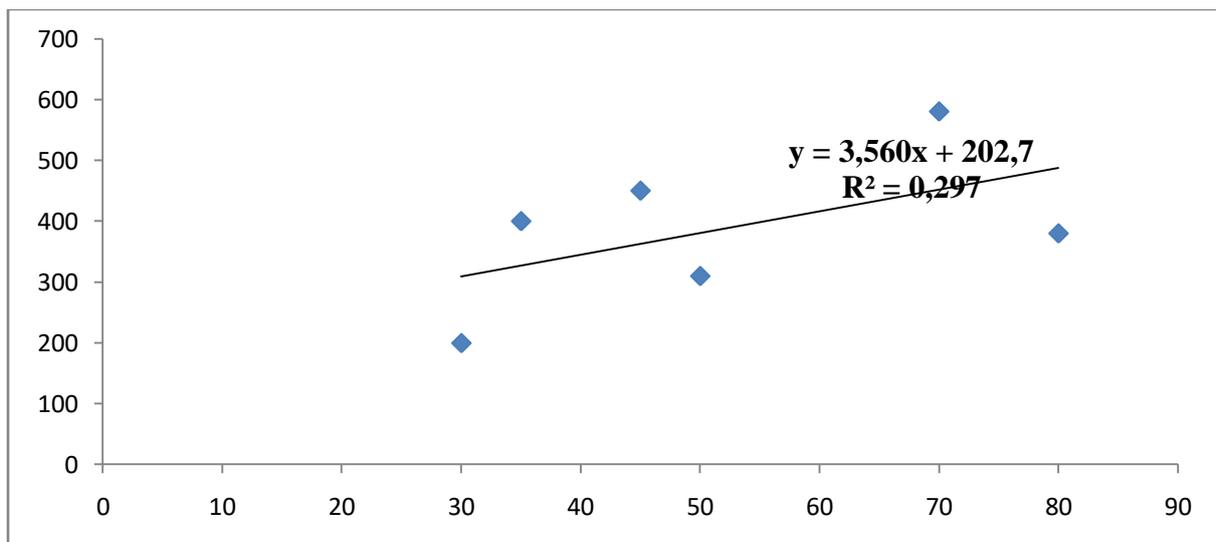
$$b = \bar{Y} - a\bar{X} \rightarrow b = 387 - (3.56) * (52) = 1403.06$$

C'est-à-dire :

$$Y' = -3.56x + 201.91$$

Graphique: corrélation entre les dépenses publicitaire (X) et le volume des ventes.

(Y).



$$t_0 = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

Calcul t_0 :

$$t_0 = [0.55 * \sqrt{6-2}] / \sqrt{(1-0.30)} = [(0.55*2)/\sqrt{0.7}] = 1.33$$

$$t_0 = 1.31$$

$$dll \text{ (degré de liberté)} = n-2 = 6-2 = 4$$

Conclusion :

Nous pouvons conclure qu'il y a une corrélation positive forte entre les dépenses publicitaire (X) et le volume des ventes ($r = +0.55$).

30% de la variation du volume des ventes (Y) se trouvent expliquée par le lien entre les dépenses publicitaire (X) et le volume des ventes ($R^2 = 0.30\%$)

Concernant les hypothèses :

On a :

$$\begin{cases} t_0 = 1.31 \\ n = 6 \\ dll = 4 \end{cases}$$

$$0.30 < \rho < 0.20 \rightarrow P < \alpha \rightarrow \text{accepter } H_0 \text{ et rejeter } H_1.$$

Donc il n'y a pas une relation entre les dépenses publicitaire et le volume des ventes.