

Dynamique

- *Notions et définitions*
 - *Lois de Newton*
 - *Conservation de la quantité de mouvement*
 - *Moment cinétique*
-

➤ **Objet de la dynamique:**

- *La dynamique est la science qui permet l'étude des relations existant entre les mouvements de solides (Cinématique) et les actions mécaniques extérieures (Forces) qui sont les causes de ces mouvements.*
- *La dynamique ajoute au cadre de la cinématique ($\vec{r}, \vec{v}, \vec{a}, t$) deux notions fondamentales: **la masse** et **la force**.*

➤ **Masse:**

- *La masse d'un système caractérise la quantité de matière qu'il renferme.*
- *La masse caractérise l'inertie du corps, c'est-à-dire sa résistance à s'opposer à tout changement de mouvement.*

Plus sa masse est grande, plus son inertie est importante

- *La masse est une **grandeur algébrique**. Elle est invariable dans la mécanique newtonienne (classique).*

Dans la mécanique relativiste, la masse dépend de la vitesse :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

m_0 : la masse au repos

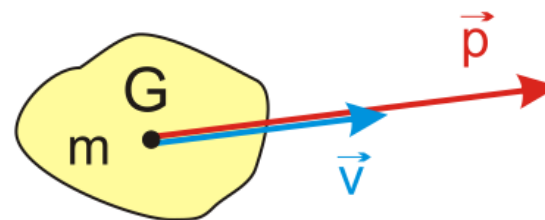
m : la masse à la vitesse v

c : vitesse de la lumière, $c \sim 3.10^8$ m/s

➤ **Masse et quantité de mouvement:**

- Tout objet de masse m animé d'une vitesse \vec{V} possède une quantité de mouvement
- La quantité de mouvement \vec{P} est une grandeur vectorielle qui caractérise l'état dynamique de l'objet. Elle est définie par:

$$\vec{P} = m \vec{V}$$



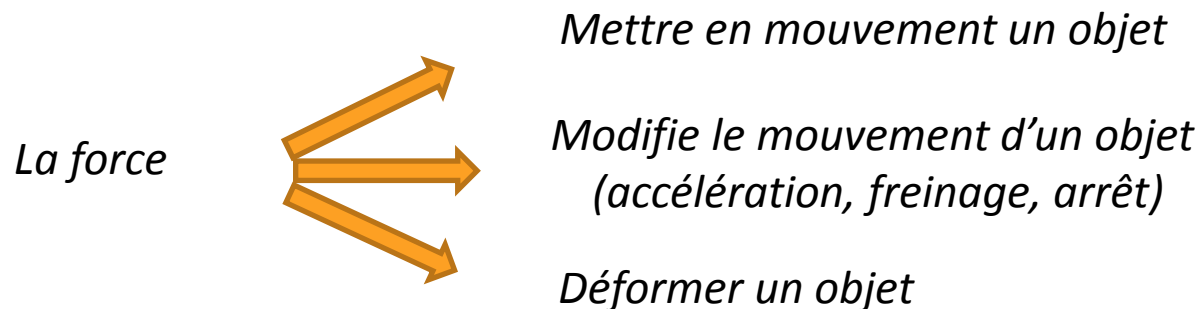
Ex : une voiture a une quantité de mouvement plus grande qu'un ballon de foot même si les deux se déplacent à la même vitesse.

- Pour un système composé de plusieurs points matériels de masse m_i et de vitesse \vec{V}_i la quantité de mouvement totale du système est donnée par :

$$\vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \vec{P}_4 + \dots = \sum \vec{P}_i$$

➤ **Force :**

- *La force représente toute forme d'influence qui agit sur un objet.*



➤ *La force est une quantité vectorielle, elle est caractérisée par:*

- *Le sens*
- *La direction*
- *Le module*

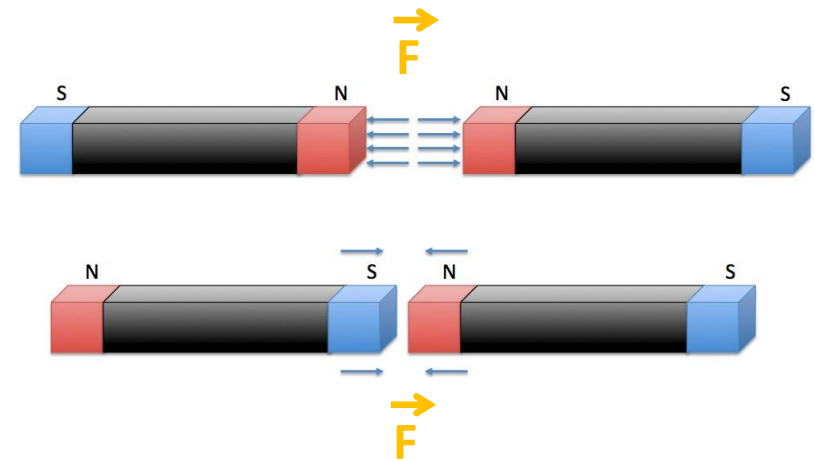
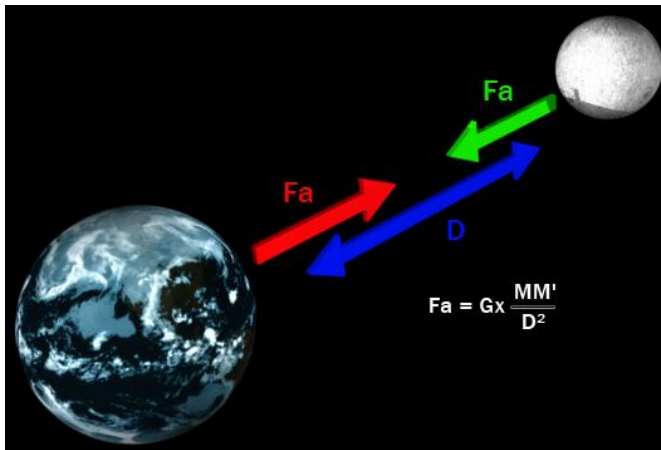
La force est exprimée en Newtons (N)

➤ **Force :**

- *Il est possible de ranger la plupart des forces par familles telles que:*

❖ **forces à distance**

Ce sont les forces qui agissent par l'intermédiaire de champs vectoriels comme par exemple le champ électrique, le champ magnétique, le champ gravitationnel.

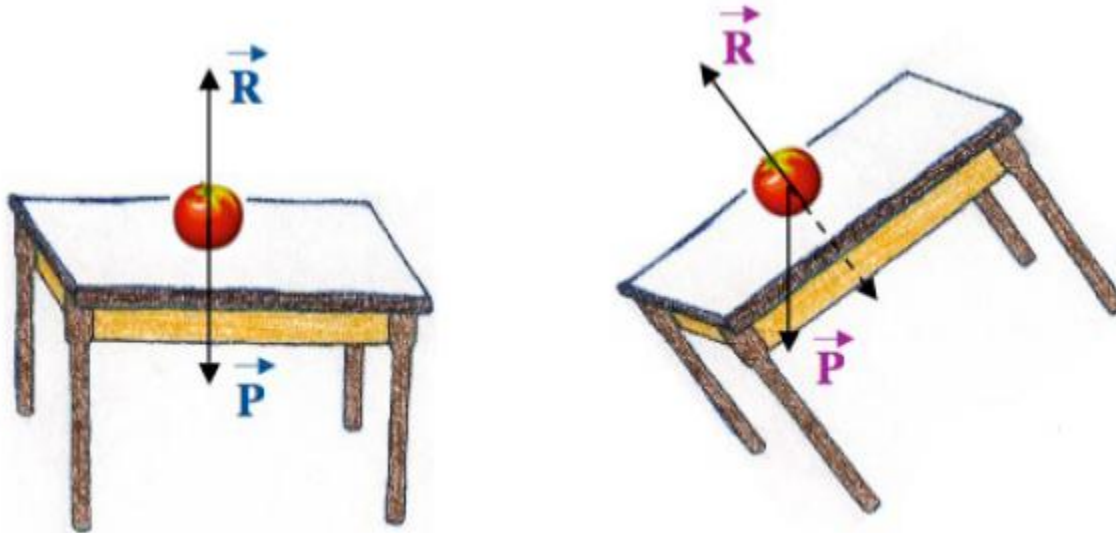


➤ **Force :**

- *Il est possible de ranger la plupart des forces par familles telles que:*

❖ **forces de réaction**

Chaque corps exerce une force sur un autre corps qui est en contact avec lui. Cette force est toujours à la verticale du plan de contact.

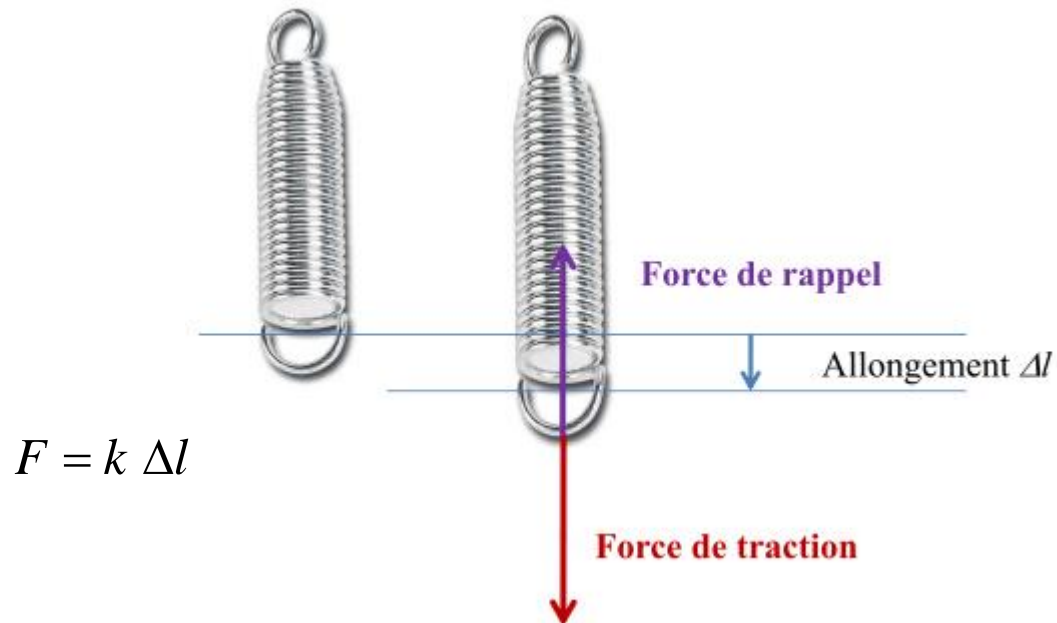


➤ **Force :**

- *Il est possible de ranger la plupart des forces par familles telles que:*

❖ **forces de tension**

c'est une force qui tire sur un élément d'un corps comme par exemple, la tension exercée par un fil, par un ressort

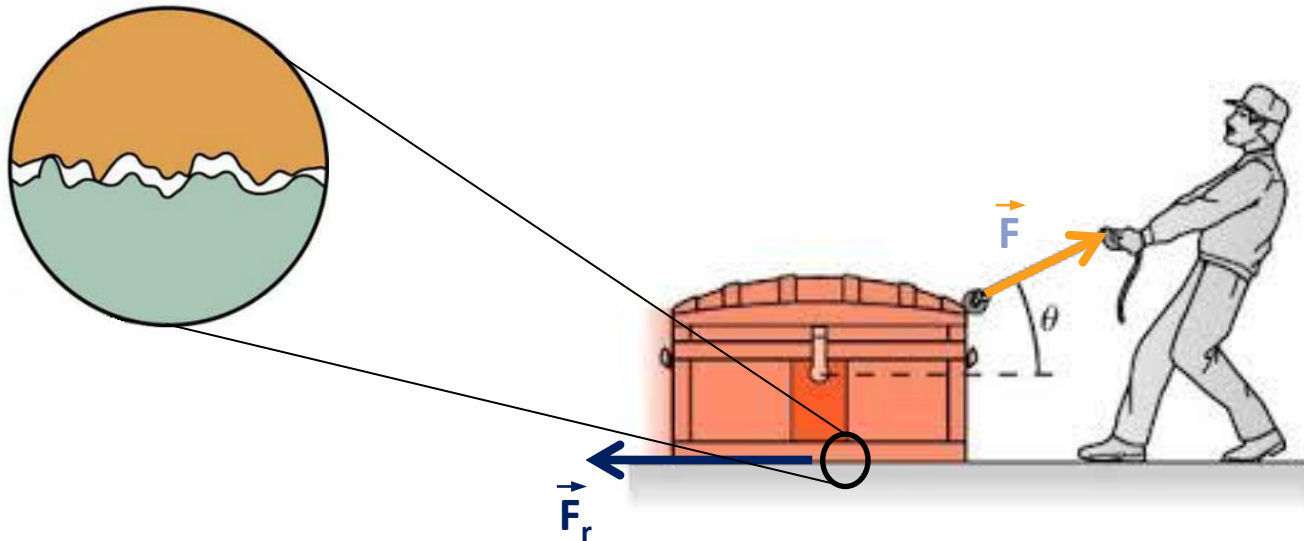


➤ **Force :**

- *Il est possible de ranger la plupart des forces par familles telles que:*

❖ **forces de frottement**

la force de frottement existe lorsque deux corps sont en contact. Elle s'oppose toujours au mouvement.



➤ **Force :**

- Il est possible de ranger la plupart des forces par familles telles que:

❖ **forces de frottement**

- Frottement statique (repos)

$$f_{\text{frot}} \leq f_s = \mu_s N$$

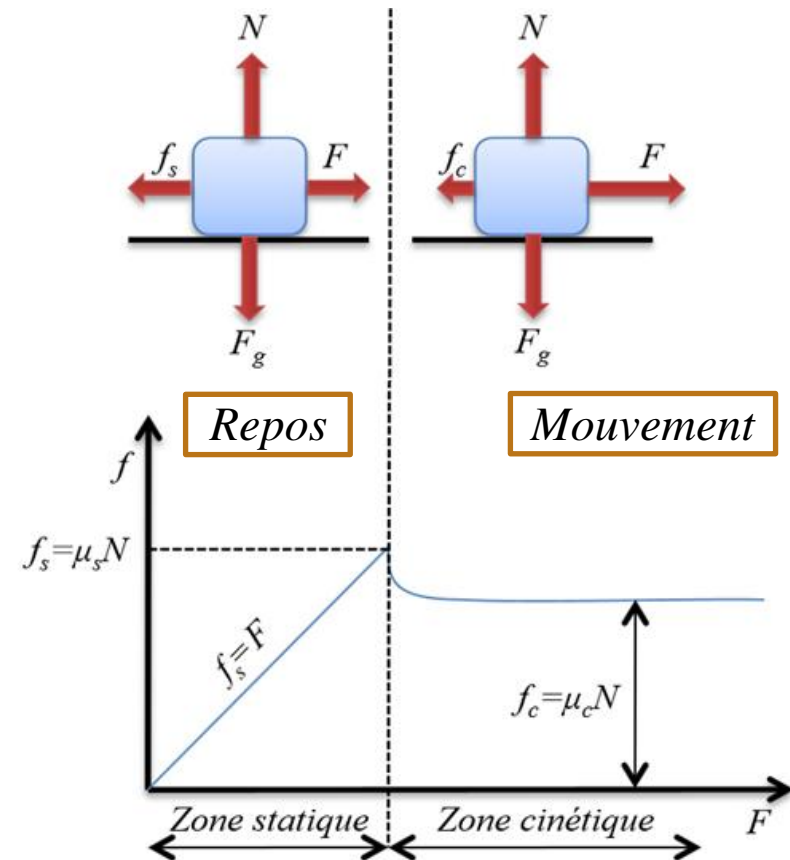
- Frottement cinétique (mouvement)

$$f_c = \mu_c N$$

μ_s : coefficient de frottement statique

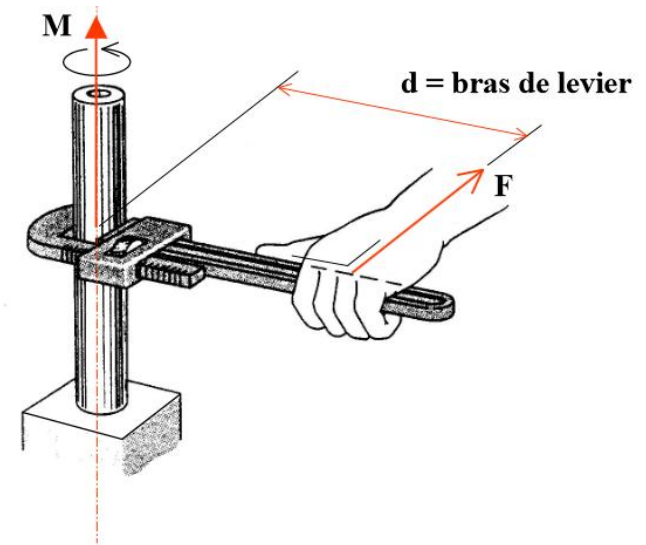
μ_c : coefficient de frottement cinétique

$$\mu_s > \mu_c$$



➤ **Notion de moment d'une force :**

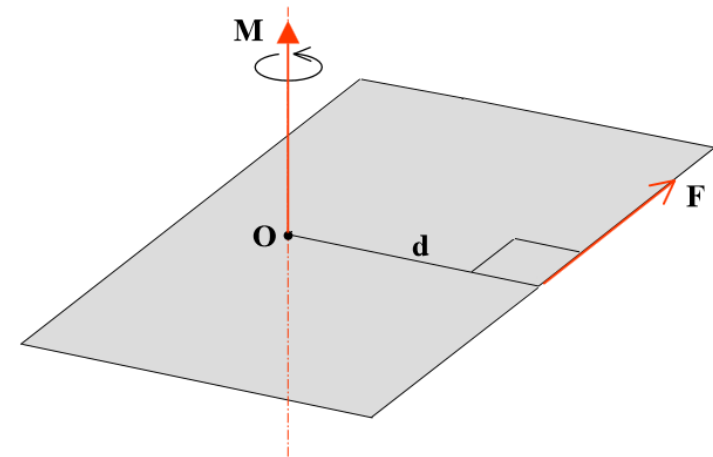
- Le moment d'une force \vec{F} est la grandeur physique décrivant la capacité d'une force à mettre en rotation un objet.



Axe de rotation

- Le moment est défini comme le produit de la force par le bras de levier.

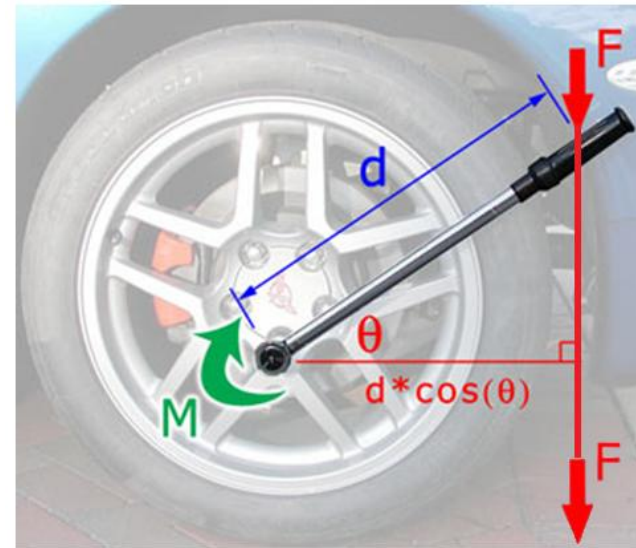
$$M_o = F \times d$$



❖ Remarques:

- Le bras de levier est pris comme la distance perpendiculaire à la force depuis l'axe de rotation

$$M = F \cdot d \cos \theta$$

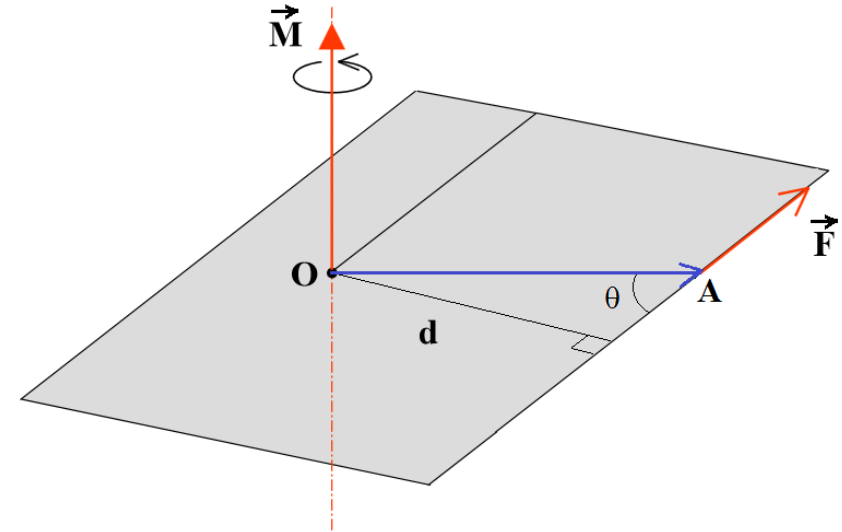


Le moment ne change pas si la force glisse sur sa direction (ligne d'action)

➤ **Moment d'une force :**

Le moment peut être représenté par un vecteur \vec{M} :

- Perpendiculaire à (\vec{OA}, \vec{F})
- Orienté selon la règle de la main droite
- Son module : $|\vec{M}| = |\vec{OA}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin \theta$

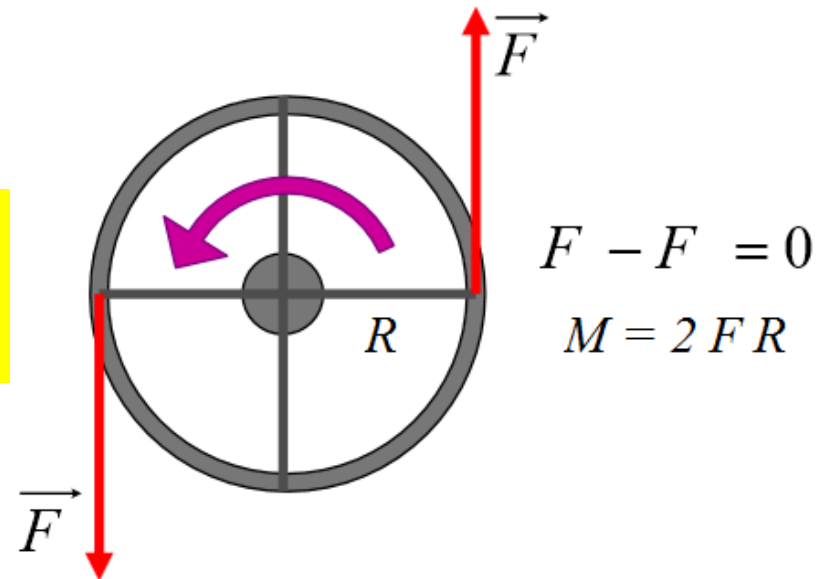


$$\vec{M}_o = \vec{OA} \wedge \vec{F}$$

➤ **Force et moment d'une force :**

- Force \longrightarrow translation
- Moment d'une force \longrightarrow rotation
- Une action sur un solide se décrit en général par plusieurs forces.
- La somme vectorielle de toutes les forces est insuffisante pour décrire le mouvement d'un objet.

Une somme des forces nulle peut mettre en mouvement (rotation) un solide (cas d'un **couple de forces**)



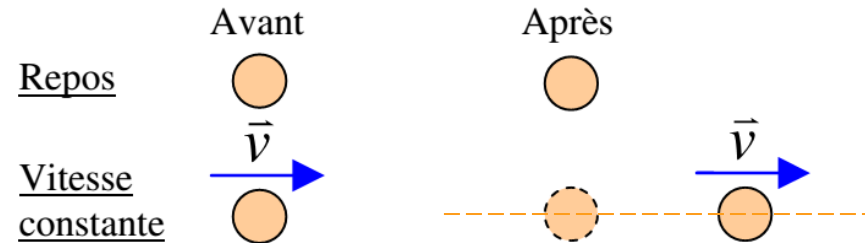
➤ **Lois de Newton:**

- *La Dynamique du point matériel repose sur trois principes non démontrables (appelés aussi "lois de Newton") qui sont la base de tout le développement de la mécanique classique.*
- *Les lois de Newton ainsi que les prédictions que l'on peut faire à partir de celles-ci se sont montrées extrêmement bien vérifiées par l'expérience à deux conditions :*
 - ✓ *il faut les appliquer dans un référentiel particulier, dit référentiel galiléen (inertiel).*
 - ✓ *les vitesses des mobiles considérés doivent être petites par rapport à la vitesse de la lumière qui est d'environ 300.000 km/s*

➤ **Le principe d'inertie (1^{ère} loi de Newton):**

- *En l'absence d'influence (forces) extérieure, un objet au repos demeure au repos et un objet déjà en mouvement se déplace en ligne droite à vitesse constante (mouvement rectiligne uniforme).*

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{V} = Cte$$



Pas de force



Pas d'accélération

❖ Remarques:

- *Cette 1^{ère} loi de Newton ne s'applique pas à un observateur soumis à une accélération. Elle est valable que dans un référentiel d'inertie (galiléen).*
- *On appelle référentiel d'inertie, un système de référence dans lequel la première loi de Newton est applicable. Pour la plupart des expériences que l'on peut réaliser sur terre, le repère au sol constitue un bon repère d'inertie*

➤ **Le principe fondamental de la dynamique (2^{ème} loi de Newton):**

- *Si une force agit sur un corps, le corps accélère dans la direction de la force. La variation de la quantité de mouvement par unité de temps est égale à cette force.*

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} = m \frac{d\vec{V}}{dt} + \frac{dm}{dt} \vec{V}$$

Si : $m = \text{Cte}$

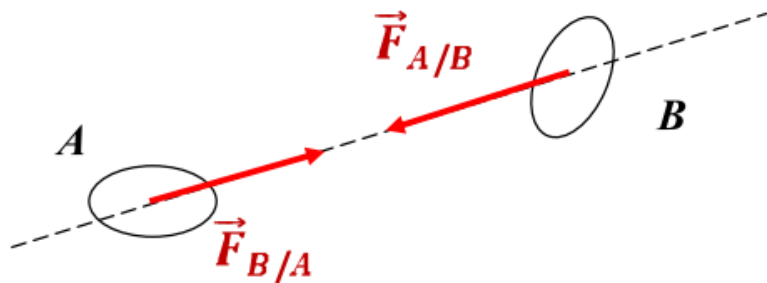
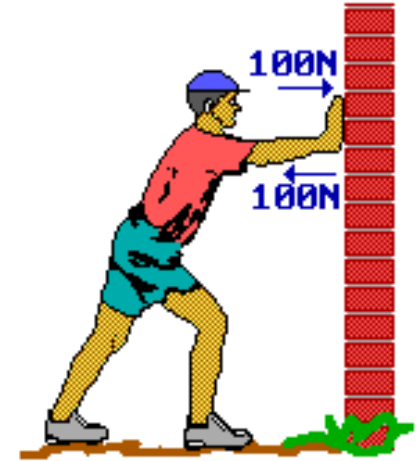
$$\vec{F} = m \frac{d\vec{V}}{dt} = m \vec{a}$$



La même force appliquée à des objets de masses différentes produira des accélérations différentes.

➤ **Le principe de l'action et de la réaction (3^{ème} loi de Newton):**

- *Si un corps exerce une force sur un autre corps, ce dernier réagit sur le premier avec une force égale et opposée.*



$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

➤ **Conservation d la quantité de mouvement**

- La quantité de mouvement d'un système matériel est nulle ou demeure constante si les forces extérieures qui lui sont appliquées ont une résultante nulle.

$$\vec{P} = \text{Cte} \quad \text{si} \quad \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

Ex: Un canon de 500 kg, initialement au repos, lance un obus de 5 kg avec une vitesse de 500 m/s. Quelle est la vitesse du canon après le départ de l'obus?

instant 1: $P_1 = m_{\text{canon}} V_{\text{canon}} + m_{\text{obus}} V_{\text{obus}} = 0 \text{ kgm} / \text{s}$

instant 2: $P_2 = m_{\text{canon}} V'_{\text{canon}} + m_{\text{obus}} V'_{\text{obus}}$

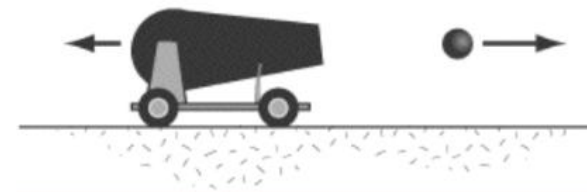
Système isolé ➡ conservation de quantité de mouvement

$$P_1 = P_2 \quad \text{➡} \quad m_{\text{canon}} V'_{\text{canon}} + m_{\text{obus}} V'_{\text{obus}} = 0 \quad \rightarrow \quad V'_{\text{canon}} = -5 \text{ m} / \text{s}$$

Instant 1



Instant 2

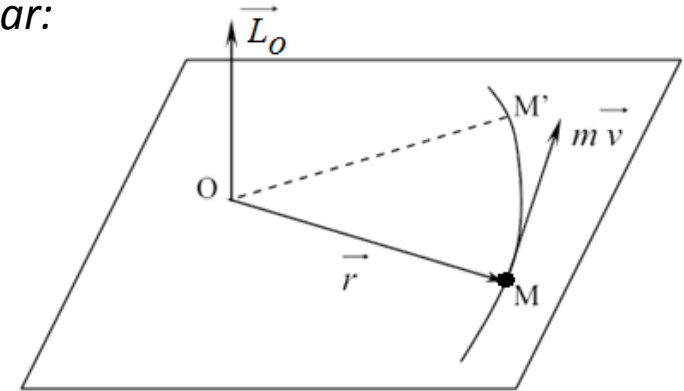


➤ Moment cinétique

- Soit un point M de masse m , de vitesse \vec{v} et de quantité de mouvement \vec{P} .

Son moment cinétique en un point O est défini par:

$$\vec{L}_o(M) = \vec{r} \wedge \vec{P} = \vec{r} \wedge m\vec{v}$$



- Le moment cinétique L_o d'une particule mesure la quantité de mouvement dans le plan qui est en rotation autour d'un point de référence O .
- Dans le cas d'un mouvement circulaire de rayon r , on peut écrire:

$$L_o = r P = r m v = r m (r\omega) = \underset{I}{m r^2} \omega = I \omega$$

$$L = I \omega$$

$$P = m v$$

I : moment d'inertie

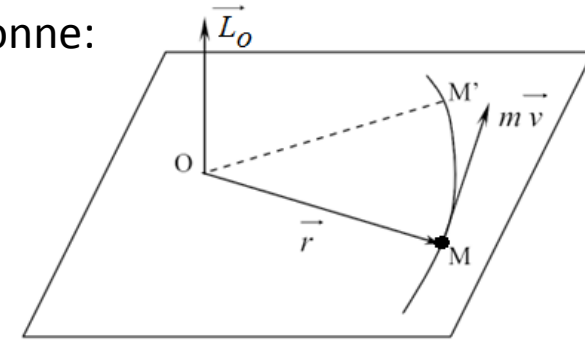
➤ Moment cinétique

- La dérivée du moment cinétique par rapport au temps donne:

$$\vec{L}_o(M) = \vec{r} \wedge m\vec{v}$$

$$\frac{d\vec{L}_o(M)}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge m\vec{v} + \vec{r} \wedge m \frac{d\vec{v}}{dt} = \underbrace{\vec{v} \wedge m\vec{v}}_{\vec{0}} + \vec{r} \wedge \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\frac{d\vec{L}_o(M)}{dt} = \vec{r} \wedge \vec{F} = \vec{M}_o(\vec{F})$$



- Dans le cas d'un mouvement circulaire:

$$L_o(M) = I\omega \quad \rightarrow \quad \frac{dL_o(M)}{dt} = \frac{dI\omega}{dt} = I \frac{d\omega}{dt} \quad \Rightarrow \quad \sum M_o(\vec{F}) = I \frac{d\omega}{dt}$$

Rem : Quand la résultante des moments des forces agissant sur un corps est nulle, le moment cinétique du corps est constant au cours du temps (Conservation du moment cinétique).