كلية العلوم الاجتماعية- قسم الديموغرافيا

مادة الإحصاء الرياضي وتطبيق الاختبارات الإحصائية

ماستر 1 ديموغرافيا اجتماعية

د. راشدي خضرة

المحاضرة 14 : اختبارات لا معلميه اخرى

الهدف من المحاضرة: تهدف هذه المحاضرة إلى تدريب الطالب على استعمال اختبارات لامعلمية بديلة عن الاختبارات المعلمية في حالة عدم إمكانية استخدامها بسبب عدم توفر الشروط اللازمة خاصة طبيعية البيانات.

تمهيد: كنا قدر اشرنا في محاضرة سابقة أن هناك بدائل في حالة عدم إمكانية تطبيق الاختبارات المعلمية وعليه و بالإضافة إلى اختبار كاي تربيع هناك اختبارات لامعلمية شهيرة تفي بغرض اختبار فرضيات الدراسة بشروط بسيطة وقد لاحظنا أن أكثر هذه الاختبارات استعمالا في التخصص هي اختباري مان ويتني وكروسكال واليس.

1-اختبار مان وتني Mann – Whitney U

يعتبر هذا الاختبار بديل لا معلمي للاختبار الخاص بالفرق بين متوسطي مجتمعين والمبني على أساس عينتين مستقلتين أي أن هذا الاختبار بديل لاختبار t لعينتين مستقلتين، بل أنه أفضل منه خاصة إذا كانت العينتان مختارتين من مجتمعين لا يتبعان توزيعاً طبيعياً.

ويعد هذا الاختبار أكثر الاختبارات اللابارامترية استخداماً فى البحوث عندما يكون المتغير التابع من المستوى الرتبى بدلاً من الدرجات الأصلية، كما يمكن استخدام هذا الاختبار إذا كانت المتغيرات من المستوى الفترى أو النسبى ولكنها لا تفى بشروط اختبار النسبة التائية مثل عدم إعتدالية التوزيع أو اختلاف التباين بين المجموعتين اختلافاً كبيراً.

نفرض أن لدينا عينتين مستقلتين الأولى حجمها n_1 والثانية حجمها n_2 تم اختيارهما من مجتمعين متصلين ومتماثلين الأول متوسطه μ_1 والثاني متوسطه μ_2

والمطلوب:اختبار الفروض التالية:

الفرض العدمي: $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

في حالة تساوي متوسطي المجتمعين يكون شكل الفرضية البديلة:

الفرض البديل : $H_A : \mu_1 \neq \mu_2$

في حالة عدم تساوي متوسطي المجتمعين (وجود اختلاف معنوي بين متوسطي المجتمعين) يكون شكل الفرضية البديلة:

$$H_A : \mu_1 > \mu_2$$

$$H_A : \mu_1 < \mu_2$$

خطوات الاختبار:

1) دمج مشاهدات العينتين كأنهما عينة واحدة

2) ترتيب المشاهدات تصاعدياً أو تنازليا وكأنهم مجموعة واحدة

3) حساب إحصاء الاختبار من خلال تطبيق المعادلات التالية:

$$U_1 = W_1 - [(n_1)(n_2)]+n_1(n_1+1)/2$$

$$U_2 = W_2 - [(n_1)(n_2)]+n_2(n_2+1)/2$$

حيث:

W_1 مجموع رتب العينة الأولى

W_2 مجموع رتب العينة الأولى

n_1 عدد أفراد العينة الأولى

n_2 عدد أفراد العينة الثانية

α مستوى المعنوية

فإن القرار يكون:

$U > W_{(1-\alpha)}$

نرفض الفرض العدمي $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ والذي يفترض تساوي المجتمعين

ونقبل الفرض البديل $H_A : \mu1 > \mu2$ والذي يفترض أن متوسط المجتمع الأول أكبر من متوسط المجتمع الثاني

حيث أن: $W_{(1-\alpha)} = n_1 n_2 - W_\alpha$

$W_{\alpha/2}$ تحسب عن طريق جداول خاصة باختبار مان وتني

وإذا كانت كل من n_1 و n_2 أكبر من 20 فإن U تتبع تقريباً توزيع طبيعيو تحسب بالعلاقة التالية:

مثال :

نريد معرفة ما إذا كانت هناك اختلافات بين عدد افراد الاسر في كل من الحضر والريف من خلال العينتين التاليتين:

الحضر	4	7	1	12	2	2	9
الريف	20	17	3	15	7	12	8

الحل:

الفروض الإحصائية:

الفرض الصفري: لا توجد فروق في عدد افراد الاسر بين الحضر والريف

الفرض البديل: توجد فروق في عدد افراد الاسر بين الحضر والريف

ندمج العينتين ونرتب القيم ترتيبا تصاعديا كالتالي:

العدد	1	2	2	3	4	7	7	9	12	12	15	17	18	20
الرتبة	1	2.5	2.5	4	5	6.5	6.5	8	9.5	9.5	11	12	13	14

ثم نرتب قيم كل مجموعة على حدة بصورة تصاعدية على النحو التالى

رتب العينة الأولى	رتب العينة الثانية
4	1
6.5	2.5
9.5	2.5
11	5
12	6.5
13	8
14	9.5
R1= 70	R2= 35

نطبق الصيغة الخاصة باختبار مان ويتني للمجموعتين كالتالي:

$$U_1 = (n_1 n_2) + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1$$
$$U_2 = (n_1 n_2) + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - R_2$$

وبالتعويض نجد:

$$U_1 = (7)(7) + \frac{7(8)}{2} - 70 = 7$$
$$U_2 = (7)(7) + \frac{7(8)}{2} - 35 = 42$$

4. نوجد U وهى القيمة الأصغر في القيمتين U1, U2
وهى فى هذا المثال U1 لأنها = 7

5. نوجد القيمة الحرجة باستخدام جدول U وذلك عند حجم العينة الأولى 7، وحجم العينة الثانية 7، وعند U = 7 نجد أنها (0.013)، ولان الفرض صفري ذو ذيلين فنضرب القيمة ×2 = 0.026، وهى أقل من 0.05 إذن هناك دلالة إحصائية ونرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل الذي يرى "وجود اختلاف في مستوى توتر الطلاب عند اختلاف نوع الاختبار.

2- اختبار كروسكال واليس Kruskal-Wallis Test

<u>يعتبر هذا الاختبار بديلاً لامعلميا لاختبار تحليل التباين في اتجاه واحد</u>، وهو مبني على مجموع الرتب ويستعمل لاختبار الفروق بين ثلاث مجموعات أو أكثر في مثل الحالة الآتية :نفرض أن لدينا k عينة عشوائية مستقلة الأولى حجمها n_1 والثانية حجمها n_2 وهكذا. أي أن العينة الأخيرة حجمها n_k وأن هذه العينات تم اختيارها من مجتمعات متصلة عددها k ومتوسطاتها هي $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$ على التوالي.

والمطلوب اختبار فرض العدم:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

أي جميع متوسطات المجتمعات متساوية

الفرض البديل:

ليست جميع متوسطات المجتمعات متساوية : H_1

وفي هذا الاختبار نقوم بدمج مشاهدات العينات في عينة واحدة وإعطاء رتب لهذه المشاهدات تصاعدياً، فإذا كانت R_i هي مجموع الرتب للمشاهدات التي تنتمي للعينة رقم i والتي عدد مفرداتها n_i فإن إحصاء الاختبار هو:

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R_i^2}{n_i} - 3(n+1)$$

حيث:

$$n = \sum_{i=1}^{k} n_i$$

وإذا كان فرض العدم صحيحاً وكانت $n_i \geq 5$ لجميع قيم i فإن الإحصاء H يتبع تقريباً توزيع مربع كاي بدرجات حرية $k-1$ أي أن:

$$H \approx \chi^2_{(k-1)}$$

وعلى ذلك فإننا نرفض فرض العدم وهو أن جميع المتوسطات متساوية ونقبل الفرض البديل وهو أن المتوسطات ليست جميعها متساوية إذا كانت قيمة الإحصاء H أكبر من:

$$\chi^2_{(k-1,\alpha)}$$

1. البيانات رتبية أو يمكن ترتيبها.
2. لا يشترط أن تكون المجموعات متساوية العدد، فيمكن استخدامه مهما كان عدد أفراد العينة.
3. إذا كان عدد المجموعات الفرعية للمتغير المستقل يزيد عن 3، وعدد الأفراد داخل أى مجموعة منها أكبر من 5، أى حجم العينة كلها أكبر من 15 نقارن القيم المحسوبة بقيم توزيع مربع كا.
4. إذا كان عدد المجموعات الفرعية للمتغير المستقل = 3 ، وعدد الأفراد داخل أى مجموعة منها لا يتجاوز 5، أى حجم العينة كلها أقل أو = 15 نقارن القيم المحسوبة بالقيم الحرجة لاختبار كروسكال واليس.

مثال :

نريد اختبار ما اذا كانت هناك فروق في عدد الافراد في الاسرة بين المناطق

الحضر	1	3	6	1	4	
شبه الحضر	2	3	6	9	5	4
الريف	3	9	6	8		

الحل:

الفروض الإحصائية:

- **الفرض الصفري :** لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية في عدد افراد الاسرة بين المناطق

- **الفرض البديل :** توجد فروق ذات دلالة إحصائية في عدد افراد الاسرة بين المناطق

–نقوم بترتيب كل القيم ونعطيها ترتيبا تصاعديا:

القيم: 1 1 2 3 3 3 4 4 5 6 6 6 8 9 9

الرتب: 1.5 1.5 3 5 5 5 7.5 7.5 9 11 11 11 13 14.5 14.5

نضع رتب القيم الخاصة بكل مجموعة:

الحضر	الرتب	شبه الحضر	الرتب	الريف	الرتب
1	1.5	2	3	3	5
3	5	3	5	9	14.5
6	11	6	11	6	11
1	1.5	9	14.5	8	13
4	7.5	5	9		
		4	7.5		
	17.5		50		43.5

نحسب الاختبار بالعلاقة التالية:

نحسب قيمة الاختبار:

$$n = \sum_{i=1}^{k} n_i = 15$$

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R_i^2}{n_i} - 3(n+1)$$

$$= \frac{12}{15(15+1)} \left[\frac{17.5^2}{5} + \frac{50^2}{6} + \frac{43.5^2}{4} \right] - 3(15+1) = -0.450$$

نستخرج قيمة الاختبار الجدولية عند: $\alpha = 0.05$ و $k= 3$ و $n1 = 5, n2=6 , n3= 4$ نجدها $= 5.661$

و بما ان قيمة الاختبار 0.450− اقل من الجدولية فإننا نقبل بالفرض الصفري ونقول انه لا توجد فروق بين اعداد افراد الاسر في المناطق الثلاث .