Université d'Oran 2, IMSI.
Département de Maintenance en Instrumentation, Master 1/GI
Module : Mathématique pour l'automatique

TD N°2: Réponses temporelles d'un système continu LTI

Exercice 1

Soit les réponses, à un échelon unitaire, d'un système de 1er ordre (**Fig.1**) et d'un système de 2ème ordre (**Fig.2**). Déterminer les fonctions de transfert ainsi que les caractéristiques dynamiques correspondantes.

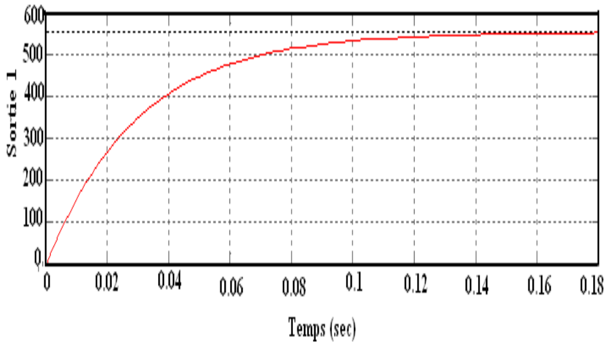


Fig.1. Réponse indicielle d'un système 1er ordre

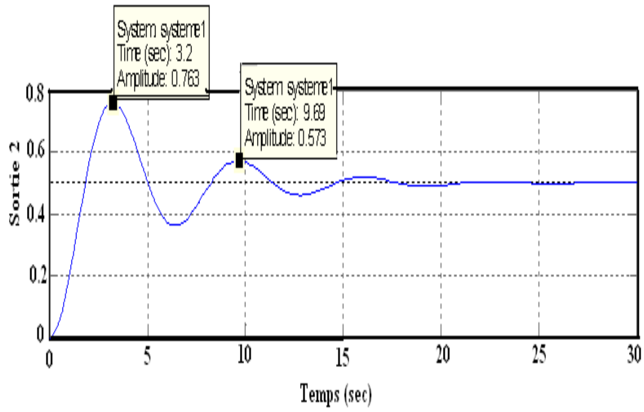


Fig.2. Réponse indicielle d'un système 2ème ordre

Exercice 2

On considère le système mécanique donné par (Fig.3). L'application d'une force $f(t)$ sur le système provoque des oscillations de la masse m suivant la direction $x(t)$. Le système est constitué, en plus de la masse m, d'un ressort de raideur k et d'un amortisseur de coefficient b.

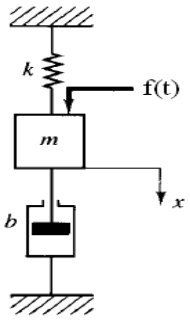


Fig.3. Système mécanique

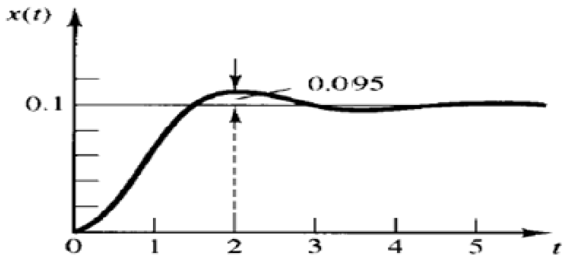


Fig.4 Réponse indicielle du système

1. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte de ce système noté T(p);
2. A partir de la Fig.4, représentant la réponse du système à un échelon $f(t) = 2N.m$, en BO, déterminer les valeurs numériques des paramètres du système (k, m, b).

Exercice 3

Soit le système définit par sa fonction de transfert en boucle ouverte *G(p)* suivante:

$$G(p) = \frac{K}{p(p+10)}, \qquad \text{avec } K>0$$

1.Déterminez la valeur de k qui assure au système, placé dans une boucle à retour unitaire, un temps de monté de 0.1 seconde.
2. Quelle est la valeur du dépassement en boucle fermée?

Exercice 4

Soit un moteur à courant continu décrit par sa fonction de transfert en boucle ouverte suivante:

$$\dot{\Omega}(t)+60\ \ \Omega(t)=-600K\left(\Omega(t)+\frac{1}{a}\int_0^t \Omega(\tau)\ d\tau\right)+1500\ \ T(t)$$

Avec $\Omega(t)$ est la vitesse de rotation du moteur et $T(t)$ est le couple de charge.

1. Calculer la fonction de transfert $\Omega(p)/T(p)$ en BO en fonction de *k* et *a*.

2. Déterminer les valeurs de *k* et *a* pour que les pôles du système en boucle fermée soient $-60 \pm j60$

On donne : $TL\ \left[\int_0^t f(\tau)d\tau\right]=\dfrac{F(p)}{p}$

Exercice 5

La fonction de transfert d'un système en BO est donnée par: $H(p)=\dfrac{K}{p(p+2)}$

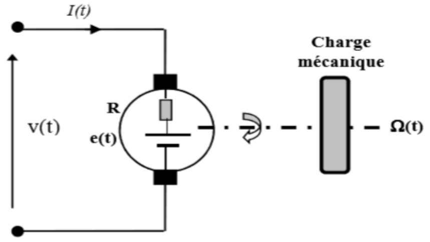
Déterminer si les deux spécifications $t_{pic}=1s$ et $D=5\%$ de la réponse indicielle du système peuvent être satisfaites en même temps à l'aide d'un bon choix de K ;

Exercice 6

On considère un moteur à courant continu dont on cherche à réguler sa vitesse de rotation Ω(t) et de réduire l'effet d'un couple perturbateur Cr(t). Les équations qui caractérisent ce moteur sont:

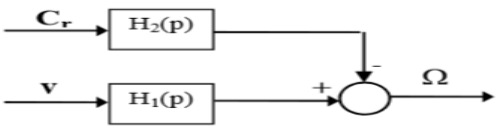
$$v(t)=e(t)+RI(t);\quad C_m(t)-C_r(t)=J\ \frac{d\Omega(t)}{dt}$$

$$e(t)=k_m\Omega(t);\qquad C_m(t)=k_m I(t)$$



Avec: $k_m=0.095\ vs/rd, J=10^{-3}Kg.m^2, R=4.5ohms$.

1. Montrer que l'ensemble des équations conduit au schéma fonctionnel suivant :



$H_1(p)=\dfrac{10.5}{1+0.5p}$

$H_2(p)=\dfrac{500}{1+0.5p}$

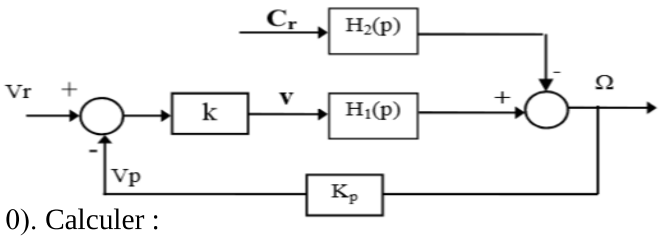
1.1 Ecrire Ω*(p)* en fonction des fonctions de transfert *$H_1(p)$, $H_2(p)$* et des entrées *$C_r(p)$* et *V(p).*

1.2 Pour *Cr(t) = 0*, on applique un échelon de tension *v(t) =10v*. Déterminer la valeur de la vitesse *Ω(t)* en régime permanent et le temps de réponse *tr* correspondant.

1.3. Le couple résistant est à présent constant et d'amplitude *C_{ro}=0.042 Nm* ($v(t)=0$). Calculer la nouvelle vitesse Ω(t) en régime permanent.

2. Le système maintenant fonctionne en boucle fermée comme il est montré sur la figure suivante:

Où :
k est le gain d'un amplificateur.
K_p est la sensibilité du capteur de vitesse ($K_p=k_m$)
Vr(t) est la tension de la consigne.



2.1 On suppose que le système n'est pas perturbé (Cr = 0). Calculer :

a- La fonction de transfert en BF et de la mettre sous la forme canonique $H'(p)=K_0/(1+T_0p)$

b- La valeur de *k* qui permet de réduire le temps de réponse de moitié (tr'=tr/2).

c-La tension de consigne qu'il faut appliquer de manière à avoir la même vitesse finale Ω_f trouvée en 1.2 (remplacer k par la valeur trouvée en 2.1.