جامعة وهران 2. كلية العلوم الاجتماعية.

شعبة علم السكان ماستر1ديموغرافية اجتماعية

مادة الإحصاء الرياضي والاختبارات الإحصائية

د. راشدي خضرة

المحاضرة3: التحليل التوافقي (أساليب العد)

تمهيد : يسمح التحليل التوافقي بتبسيط عمليات العد و ذلك بإيجاد طرق لحساب الحالات الممكنة و الحالات الملائمة .

يشمل التحليل التوافقي كلا من التبديلات و التراتيب والتوفيقات

1-المبدأ الأساسي في العد و ينص على أنه أذا كانت n_1 النتائج الممكنة لتجربة عشوائية ما و كانت n_2 نتائج تجربة أخرى ، فان النتائج الممكنة للتجربتين معا هو . $n_1 \times n_2$

مثال : اذا كانت لدينا مجموعة من 5 عزاب و أخرى من 3 متزوجين ، فان النتائج الممكنة لختيار المجموعتين معا هو 5x3=15
و هذا المبدا هام جدا في نظرية الاحتمالات

- **التباديل** : هي كل سلسلة مرتبة لـ n عنصرا . و يوجد نوعان

أ-**التباديل دون تكرار** : الترتيب مهم و كل عنصر يستعمل مرة واحدة .كل تبديلة دون تكرار تكتب على الشكل التالي : $P_n = n!$ *و تقرأ* n عاملي

مثال بكم طريقة يمكن تريتيب 5 ارقام من الأرقام التالية 1،2،3،4،5

$$P_n = n! = P_5 = 5! = 5x4x3x2x1= 120$$

ب-**التباديل مع التكرار** : في هذه الحالة هناك عناصر متماثلة k من n عنصرا و تكتب :

$$P_n^{n1.n2..nk} = \frac{n!}{(n1!.n2!....nk:)}$$

مثال ما هو عدد التباديل المختلفة التي يمكن تكوينها من كلمة تعدادات

نلاحظ ان الكلمة مكونة من 7 احرف حيث يتكرر ت مرتين و ا مرتين و د مرتين وع مرة واحدة فيكون عدد التباديل هو

$$P_n^{n1.n2..nk} = \frac{n!}{(n1!.n2!....nk:)} = P_7^{2.2.2.1} = \frac{7!}{(2!.2!.2!.1!)} = 630$$

2-**التراتيب** هو اختيار مجموعة جزئية مكونة من k عنصرا من مجموعة كلية مكونة من n عنصرا و هي نوعان

أ-**التراتيب مع الإعادة** : في التجربة ، يعاد العنصر الى المجموعة مجددا و تحسب كالتالي :

n^k = nxnxn.....n

مثال : ما هو عدد الاعداد المشكلة من رقمين (k=2)في المجموعة {2,3,5} (n=3)

عدد الاعداد هو $n^k = 3^2 = 3x3=9$

ب- **التراتيب بدون إعادة** : في التجربة ، لا يعاد العنصر الى المجموعة مجددا و تحسب كالتالي :

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

مثال : ما هو عدد الكلمات المكونة من حرفين و التي يمكن تكوينها من كلمة تعدادات بدون تكرار الحروف

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = A_7^2 = \frac{7!}{(7-2)!} = 42$$

3-**التوفيقات** : هو اختيار مجموعة جزئية مكونة من k عنصرا من مجموعة كلية مكونة من n عنصرا بدون الاخذ بعين الاعتبار ترتيب العناصر (عكس التباديل) تكتب :

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

مثال نريد تكوين 3 لجان من مجموعة مكونة من 8 اشخاص ، ماهو عدد اللدان الممكن ؟

عدد اللجان هو

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = 56$$

خواص التوفيقات :

1) $C_n^0 = C_n^n = 1$: $C_n^0 = \frac{n!}{n!} = 1$
2) Si n≥ 1 ; $C_n^1 = C_n^{n-1}$ =n
3) Si n≥ 2 ; $C_n^2 = C_n^{n-2}$ =

Donc :

Si $0 \leq p \geq n$: $C_n^{n-p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ Ansi $C_n^p = C_n^{n-p}$

Si $0 \leq p \geq n-1$: $C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^p = C_n^p$ (علاقة باسكال)