$l = \lim_{n\to+\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|$ *existe, le rayon de convergence est calculer par :* $R = \frac{1}{l}$.

Exemple 4.3.1 *Soit la série* $\sum_n \frac{x^n}{n^2}$, *donc* $a_n = \frac{1}{n^2}$. *Alors*
$l = \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \left|\frac{\frac{1}{(n+1)^2}}{n2}\right| = \frac{n^2}{n^2+2n+1}$, *donc,* $l = \lim_{n\to+\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = 1$, *et ainsi* $R = 1$.
La série converge sur $]-1,1[$.

4.3.2 Séries de Fourier

Définition 4.3.2 (*Fonction périodique*)
Une fonction f *de* $\mathbb{R}$ *dans* $\mathbb{R}$ *est périodique de période* T, *si et seulement si*

$$\forall t \in \mathbb{R};\ \ f(t+T) = f(t).$$

La connaissance de f *sur tout intervalle de* $\mathbb{R}$ *de longueur* T *renseigne sur la fonction* f *sur* $\mathbb{R}$ *tout entier.*

Exemple 4.3.2 *Les fonctions sinus et cosinus sont des fonctions périodiques de période* 2π.

Définition 4.3.3 (*Série trigonométrique*)

On appelle série trigonométrique, une série de fonctions de la variable réelle x, *dont le terme général* $u_n : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{C}$ *est de la forme*

$$u_0(t) = a_0,\ \ u_n(t) = a_n\cos(nt) + b_n\sin(nt),\quad \textit{pour tout } n \geqslant 1,$$

où $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *et* $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *sont deux suites de nombres réels ou complexes.*

Définition 4.3.4 (*Séries de Fourier*)
Soit f *une fonction de période* T, *définie sur* $\mathbb{R}$ *et à valeurs dans* $\mathbb{R}$. *La série de Fourier assocciée à la fonction* f, *est la série définie par la formule*

$$a_0(f) + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n(f)\cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{+\infty} b_n(f)\sin(n\omega t),$$

où $\omega = \frac{2\pi}{T}$.