

Séries

Le quatrième chapitre est consacré à l'étude des séries. Dans une première partie, sont étudiés les définitions et les théorèmes sur les séries numériques et ainsi quelques critères de convergence très connus. La deuxième partie de ce chapitre concerne l'étude des suites et des séries de fonctions et en particulier les notions de convergence simple, convergence uniforme et convergence absolue. Dans la troisième partie sont rappelées les séries entières et les séries de Fourier. Les notions d'intervalles de convergence et de rayon de convergence sont définis avec en particulier une méthode simple du calcul du rayon de convergence sur les séries entières. Une série d'exercices importants avec corrections est traitée à la fin de ce chapitre. D'autres exercices sont proposés aussi en guise de test de compréhension.

4.1 Séries numériques

4.1.1 Généralités

Définition 4.1.1 Soit donnée une suite numérique infinie : $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$

L'expression

$$u_1 + u_2 + u_3 \cdots + u_n + \cdots \quad (1),$$

est appelé une série numérique et est notée $(\sum u_n)$ ou $(\sum_{n \geq 0} u_n)$. Les nombres $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$ sont les termes de la série et le terme u_n est dit, le terme général de la série.

La somme des n premiers termes de la série est appelée somme partielle S_n où

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 \cdots + u_n = \sum_{i=1}^n u_i.$$