FICHE DE TD N°4(Les Séries) IMSI

Exercice n°1:

Les sommes suivantes sont -elles finies?

1) $S_1 = \sum_0^\infty \frac{1}{5^n}$ 2)$S_2 = \sum_0^\infty \frac{4^n}{3^n}$ 3) $S_3 = \sum_3^\infty \frac{2^n}{3^{n-2}}$ 4) $S_4 = \sum_0^\infty \frac{7}{(n+1)(n+2)}$

Exercice n°2:

Déterminer la nature de la série de terme générale U_n , telle que :

$$a)\ U_n = \frac{4n^4+1}{n^4+n+1} \qquad b)\ U_n = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}\right)^n \qquad c)\ U_n = \frac{e^{n\ln(3)}}{(2n)^n}$$

$$d)\ U_n = \frac{2^n[(n+1)!]^2}{(2n-1)!} \qquad e)\ U_n = \frac{\cos\left(\frac{1}{n}\right)}{n^2} + \frac{n}{n+1}$$

Exercice n°3: (à ne pas faire)

Etudier la convergence simple et uniforme de la série $\sum f_n$ dans les cas suivants :

$$1)\ f_n(x) = x - \frac{sinx}{n} \quad , avec\ n \in IN^*\ , x \in IR$$

$$2)\ f_n(x) = \frac{ne^{-x}+xe^{-x}+1}{n+x} \quad , \quad avec\ n\ \in IN\ , x\ \in IR$$

Exercice n°4: Déterminer le rayon de convergence des séries entières suivantes :

$$1)\ \sum_0^\infty \frac{n^2+1}{3^n}x^n \qquad 2)\ \sum_0^\infty e^{-n^2}x^n \qquad 3)\ \sum_0^\infty \frac{(3n)!}{(n!)^3}x^n$$

Exercice n°5: Soit f la fonction $2\pi - périodique\ , définie\ sur\ [-\pi,\pi]\ par\ f(x) = x^2$

1) Déterminer les coefficients de Fourier de f.

2)Déduire le développement de f en série de Fourier les valeurs des sommes :

$$1)\ \sum_1^\infty \frac{1}{n^2} \qquad 2)\ \sum_1^\infty \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$$