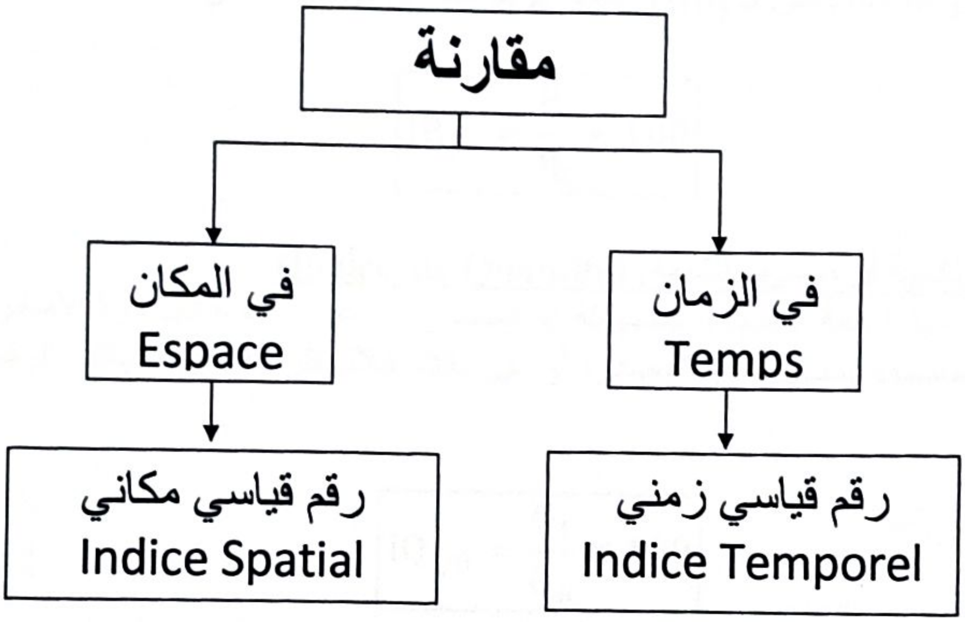
جامعة محمد بن أحمد – وهران 2 - كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير
السنة الأولى ليسانس السداسي الثاني 2019 - 2020
محاضرة في مادة الإحصاء 2

الأرقام القياسية (Les indices)

تعريف الرقم القياسي:

الرقم القياسي هر مؤشر قبل كل شيء، يعرف بأنه أداة إحصائية أو مقياس إحصائي. يستعمل لقياس التغيرات التي تطرأ على ظاهرة أو عدة ظواهر, إنه يبين التغيرات المرتبطة بالسعر (P) أو الكمية (Q) لمادة أو عدة مواد بين فترتين زمنيتين مختلفتين أو بين مكانين مختلفين.



كما تستخدم الأرقام القياسية في تحديد التوقعات بالنسبة لمختلف الأعمال ألاقتصادية في المستقبل. تطبق الأرقام القياسية في عدة ميادين نذكر منها:

1. تحديد التغير في الأسعار من فترة زمنية إلى أخرى بهدف إكتشاف أسباب التغيرات و منه إيجاد الحلول التي يطالب بها أفراد المجتمع.
2. قياس الإنحراف في مستوى المعيشة و منه التحكم في مطالب المجتمع.
3. قياس التغير في حجم البطالة و كذالك القوة العاملة في منطقة معينة.

يمكن أن نميز بين نوعين من الأرقام القياسية:

- الأرقام القياسية البسيطة و التجميعية: حيث تستعمل في حالة وجود نفس المستوى من الأهمية أو الترجيح للمواد المدروسة.
- الأرقام القياسية المرجحة: التي تستعمل عندما يكون للمواد المدروسة مستويات متفاوتة الأهمية و الترجيح.

مثلا:مجموعة المواد المستهلكة من طرف الأسرة لها مستويات متباينة من الأهمية:(التغذية، الألبسة، النقل و المواصلات، الصحة، الترفيه ....)
تقاس هذه الأهمية بمعامل الميزانية (Le coefficient budgétaire) أو معامل الترجيح (Le coefficient de pondération) أو بعدد الوحدات المستهلكة.

I. الرقم القياسي البسيط و التجميعي: (L'Indice Elémentaire)

A. الرقم القياسي البسيط:

يستعمل لقياس تطور سعر أو كمية مادة واحدة بين فترتين زمنيتين مختلفتين أو بين مكانين مختلفين.

1) الرقم القياسي للسعر أو منسوب السعر: (Indice de Prix)

و هو عبارة عن النسبة بين سعر المادة الواحدة في فترة المقارنة P_t (الفترة المدروسة أو الجارية. Période courante) و سعرها في فترة أخرى تسمى فترة الأساس P_0 (Période de base). نرمز ل فترة المقارنة بـ (t) و فترة الأساس بـ (0)، و يكتب الرقم القياسي للسعر كالتالي:

$$\boxed{IP_{t/0} = \frac{P_t}{P_0} \times 100}$$

2) ألرقم القياسي للكمية أو منسوب الكمية: (Indice de Quantité)

إذا كانت Q_0 تعتبر كمية السلعة المنتجة، المستهلكة أو المصدرة أو غير ذالك خلال فترة الأساس و Q_t تعتبر كمية السلعة المنتجة، المستهلكة أو المصدرة أو غير ذالك خلال فترة المقارنة، يكتب الرقم القياسي للكمية كالتالي:

$$\boxed{IQ_{t/0} = \frac{Q_t}{Q_0} \times 100}$$

3) الرقم القياسي للقيمة الإجمالية أو منسوب القيمة الإجمالية: (Indice de la valeur globale)

إذا كان (P) هو سعر السلعة خلال فترة ما و(Q) الكمية المنتجة أو المباعة خلال نفس الفترة، فإن(PxQ) تمثل القيمة الإجمالية (VG) لهذه السلعة.
إذا كانت (VG_0) هي القيمة الإجمالية خلال فترة الأساس و (VG_t) هي القيمة الإجمالية خلال فترة المقارنة يكتب الرقم القياسي للقيمة الإجمالية كالتالي:

$$IVG_{t/0} = \frac{VG_t}{VG_0} \times 100 = \left(\frac{P_t \times Q_t}{P_0 \times Q_0}\right) \times 100 \Rightarrow \boxed{IVG_{t/0} = \frac{P_t}{P_0} \times \frac{Q_t}{Q_0} \times 100}$$

$$IVG_{t/0} \times 100 = \frac{P_t}{P_0} \times 100 \frac{Q_t}{Q_0} \times 100$$

$$\boxed{IVG_{t/0} \times 100 = IP_{t/0} \times IQ_{t/0}} \Leftrightarrow IP_{t/0} = \frac{IVG_{t/0}}{IQ_{t/0}} \times 100 \; et \; IQ_{t/0} = \frac{IVG_{t/0}}{IP_{t/0}} \times 100$$

ملاحظة: يمكن أن نميز بين ثلاث حالات لنتيجة الرقم القياسي:

- إذا كان الرقم القياسي (للسعر أو الكمية) يساوي 100: يكون هناك ثبات في تطور السعر أو الكمية.
- إذا كان الرقم القياسي (للسعر أو الكمية) أصغر من 100: يكون هناك انخفاض في تطور السعر أو الكمية. مقدار الانخفاض يساوي 100 ناقص قيمة الرقم القياسي. يتراوح مقدار الانخفاض من 0 إلى 100.
- إذا كان الرقم القياسي (للسعر أو الكمية) أكبر من 100: يكون هناك ارتفاع في تطور السعر أو الكمية. مقدار الزيادة يساوي قيمة الرقم القياسي ناقص 100. يتراوح مقدار الزيادة من 0 إلى $+\infty$.

أمثلة تطبيقية:

1) لنفترض أن سعر السلعة (X) في سنة 2000 كان 240 دج و في سنة 2003 أصبح سعر هذه السلعة 270 دج . باعتبار سنة 2003 سنة المقارنة ، أحسب منسوب السعر.

$$IP_{2003/2000} = \frac{P_{2003}}{P_{2000}} \times 100 = \frac{270}{240} \times 100 \Rightarrow \boxed{IP_{2003/2000} = 112{,}5\%}$$

بما أن منسوب السعر هو 112,5 % هذا يعني أن هناك ارتفاع في سعر المادة (X) بمقدار 12,5% أي: (112,5 – 100) في سنة 2003 عما كان عليه في سنة 2000.

2) إذا أخذنا نفس المثال السابق و لكن نعتبر أن سنة المقارنة هي السنة 2000 و سنة الأساس هي سنة 2003، أحسب منسوب السعر لهذه السلعة.

$$IP_{2000/2003} = \frac{P_{2000}}{P_{2003}} \times 100 = \frac{240}{270} \times 100 \Rightarrow \boxed{IP_{2000/2003} = 88{,}8\%}$$

بما أن منسوب السعر هو 88,8% هذا يعني أن هناك انخفاض في سعر المادة (X) بمقدار 11,2% أي: (100 – 88,8) في سنة 2000 مقارنة بسنة 2003.

3) في جانفي 2010 كان مجموع قائمة الأجور بمصنع به 120 عاملا 1500000 دج ، و في أوت من نفس السنة أضيف 30 عاملا إلى قائمة الأجور ودفع المصنع 225000 دج أكثر مما دفع في شهر جانفي. باستخدام شهر جانفي كأساس أوجد:

1. الرقم القياسي للعمالة (منسوب الكمية) لشهر أوت.
2. الرقم القياسي لتكلفة العمالة (منسوب القيمة الإجمالية) لشهر أوت.
3. باستخدام النتيجة: الرقم القياسي للسعر x الرقم القياسي للكمية = الرقم القياسي للقيمة الإجمالية، ما هو التفسير الممكن إعطاؤه للرقم القياسي للسعر في هذا المثال.

الحل:

1. الرقم القياسي للعمالة:

$$IQ_{t/0} = \frac{Q_t}{Q_0} \times 100 = \frac{120+30}{120} \times 100 \Rightarrow \boxed{IQ_{t/0} = 125\%}$$

و هذا يعني أن العمالة قد زادت بنسبة 25% *في* شهر أوت مقارنة بشهر جانفي.

2. الرقم القياسي للقيمة الإجمالية:

$$IVG_{t/0} = \frac{VG_t}{VG_0} \times 100 = \frac{1500000 + 225000}{1500000} \times 100 \Rightarrow \boxed{IVG_{t/0} = 115\%}$$

و هذا يعني أن القيمة الإجمالية للأجور المدفوعة للعمال في شهر أوت قد ازدادت بنسبة 15% مقارنة بشهر جانفي.

3. الرقم القياسي للسعر:

$$IP_{t/0} = \frac{IVG_{t/0}}{IQ_{t/0}} \times 100 = \frac{115}{125} \times 100 \Rightarrow \boxed{IP_{t/0} = 92\%}$$

تفسير النتيجة: سعر العمالة انخفض عما كان عليه في شهر جانفي بنسبة 8%.

B. <u>الرقم القياسي التجميعي:</u>

و هو عبارة عن النسبة بين أسعار أو كميات مجموعة من المواد في السنة المدروسة (سنة المقارنة) و مجموع أسعار أو كميات هذه المواد في سنة الأساس. و تعطى العلاقة الإحصائية للرقم القياسي التجميعي كما يلي: حيث أن i هو عدد المواد

1. <u>الرقم القياسي التجميعي للأسعار:</u>

$$\boxed{IP_{t/0} = \frac{\sum_{i=1}^{k} P_t^i}{\sum_{i=1}^{k} P_0^i} \times 100}$$

2. <u>الرقم القياسي التجميعي للكميات:</u>

$$\boxed{IQ_{t/0} = \frac{\sum_{i=1}^{k} Q_t^i}{\sum_{i=1}^{k} Q_0^i} \times 100}$$

3. <u>الرقم القياسي التجميعي للقيمة الاجمالية :</u>

$$\boxed{IVG_{t/0} = \frac{\sum_{i=1}^{k} P_t^i \times Q_t^i}{\sum_{i=1}^{k} P_0^i \times Q_0^i} \times 100}$$

مثال تطبيقي:
يبين الجدول التالي أسعار 3 مواد من مشتقات النفط خلال 4 سنوات. حدد الرقم القياسي التجميعي للأسعار عاما أن سنة الأساس هي السنة الأولى.

Année	Super(1L)	Normal(1/2L)	Gas-oil(1L)
1	6	2,5	2
2	9 ,5	4,1	6
3	11	4,25	6,5
4	16,5	7,25	9,5

$$IP_{2/1} = \frac{\sum_{i=1}^{3} P_2^i}{\sum_{i=1}^{3} P_1^i} \times 100 = \frac{9{,}5 + 4{,}1 + 6}{6 + 2{,}5 + 2} \times 100 = \frac{19{,}6}{10{,}5} \Rightarrow \boxed{IP_{2/1} = 186{,}66\%}$$

$$IP_{3/1} = \frac{\sum_{i=1}^{3} P_3^i}{\sum_{i=1}^{3} P_1^i} \times 100 = \frac{11 + 4{,}25 + 6{,}5}{6 + 2{,}5 + 2} \times 100 = \frac{21{,}75}{10{,}5} \Rightarrow \boxed{IP_{3/1} = 207{,}14\%}$$

$$IP_{4/1} = \frac{\sum_{i=1}^{3} P_4^i}{\sum_{i=1}^{3} P_1^i} \times 100 = \frac{16{,}5 + 7{,}25 + 9{,}5}{6 + 2{,}5 + 2} \times 100 = \frac{33{,}25}{10{,}5} \Rightarrow \boxed{IP_{4/1} = 316{,}7\%}$$

من هذه النتائج نلاحظ أن أسعار المواد الثلاثة ارتفعت:
بمقدار 86,66 % في السنة الثانية مقارنة بالسنة الأولى، ثم تواصل هذا الارتفاع ليصل إلى 107,14 % في السنة الثالثة مقارنة بالسنة الأولى، و وصل إلى 216,7 % في السنة الرابعة مقارنة بالسنة الأولى.

ملاحظة: على الرغم من سهولة هذه الطريقة في التطبيق العملي إلا أنها تتضمن على نقائص، حيث أن هذه الطريقة لا تأخذ في حساب الرقم القياسي الأهمية النسبية لمختلف السلع. في المثال السابق عند حساب الرقم القياسي للأسعار لم نأخذ بعين الاعتبار ثمن الوحدة (اللتر أو نصف لتر).

II. الأرقام القياسية المرجحة

A. الرقم القياسي لـلسبير: Indice de Laspeyres

استعمل لسبير في حسابه للرقم القياسي أهمية المواد لسنة الأساس في عملية الترجيح.

1. الرقم القياسي لـلسبير للأسعار:

يكون الرقم القياسي لـلسبير للأسعار مرجح بكميات سنة الأساس.

$$\boxed{ILP_{t/0} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(P_t^i \times Q_0^i)}{\sum_{i=1}^{k}(P_0^i \times Q_0^i)} \times 100}$$

2. الرقم القياسي لـلسبير للكميات:

يكون الرقم القياسي لـلسبير للكميات مرجح بأسعار سنة الأساس.

$$\boxed{ILQ_{t/0} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(Q_t^i \times P_0^i)}{\sum_{i=1}^{k}(Q_0^i \times P_0^i)} \times 100}$$

3. الرقم القياسي لـلسبير للقيمة الإجمالية:

$$\boxed{ILVG_{t/0} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(P_t^i \times Q_t^i)}{\sum_{i=1}^{k}(P_0^i \times Q_0^i)} \times 100}$$

B. الرقم القياسي لـبـــاش: Indice de Paasche

استعمل باش في حسابه للرقم القياسي أهمية المواد لسنة المقارنة في عملية الترجيح.

1. الرقم القياسي لـبـــاش للأسعار:

يكون الرقم القياسي لـباش للأسعار مرجح بكميات سنة المقارنة.

$$\boxed{IPP_{t/0} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(P_t^i \times Q_t^i)}{\sum_{i=1}^{k}(P_0^i \times Q_t^i)} \times 100}$$

2. الرقم القياسي لـبـــاش للكميات:

يكون الرقم القياسي لـباش للكميات مرجح بأسعار سنة المقارنة.

$$\boxed{IPQ_{t/0} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(Q_t^i \times P_t^i)}{\sum_{i=1}^{k}(Q_0^i \times P_t^i)} \times 100}$$

3. الرقم القياسي لـبـــاش للقيمة الإجمالية:

$$\boxed{IPVG_{t/0} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(P_t^i \times Q_t^i)}{\sum_{i=1}^{k}(P_0^i \times Q_0^i)} \times 100}$$

ملاحظة: تكون العلاقة التالية دائما محققة.

$$\mathrm{ILP} \times \mathrm{IPQ} = \mathrm{ILQ} \times \mathrm{IPP} = ILVG = IPVG = IVG$$

البرهان: نضع: $\mathrm{ILVG} = \mathrm{IPVG} = \mathrm{IVG}$

$$\mathrm{ILP} \times \mathrm{IPQ} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(P_t^i \times Q_0^i)}{\sum_{i=1}^{k}(P_0^i \times Q_0^i)} \times \frac{\sum_{i=1}^{k}(Q_t^i \times P_t^i)}{\sum_{i=1}^{k}(Q_0^i \times P_t^i)} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(P_t^i \times Q_t^i)}{\sum_{i=1}^{k}(P_0^i \times Q_0^i)} = \mathrm{IVG}$$

$$\mathrm{ILQ} \times \mathrm{IPP} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(Q_t^i \times P_0^i)}{\sum_{i=1}^{k}(Q_0^i \times P_0^i)} \times \frac{\sum_{i=1}^{k}(P_t^i \times Q_t^i)}{\sum_{i=1}^{k}(P_0^i \times Q_t^i)} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(P_t^i \times Q_t^i)}{\sum_{i=1}^{k}(P_0^i \times Q_0^i)} = \mathrm{IVG}$$

لما تكون كميتين تساوي نفس القيمة نستنتج أن الكميتين متساويتين ما بينها: $\boxed{\mathrm{ILP} \times \mathrm{IPQ} = \mathrm{ILQ} \times \mathrm{IPP}}$

C. الرقم القياسي لـفيـشر: Indice de Fisher

و هو عبارة عن الوسط الهندسي لرقمي لـسبير و بـاش.

1. الرقم القياسي لـفيـشر للأسعار:

$$\boxed{\mathrm{IFP} = \sqrt{\mathrm{ILP} \times \mathrm{IPP}} \times 100 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}(P_t^i \times Q_0^i)}{\sum_{i=1}^{k}(P_0^i \times Q_0^i)} \times \frac{\sum_{i=1}^{k}(P_t^i \times Q_t^i)}{\sum_{i=1}^{k}(P_0^i \times Q_t^i)}} \times 100}$$

2. الرقم القياسي لـفيـشر للكميات:

$$\boxed{\mathrm{IFQ} = \sqrt{\mathrm{ILQ} \times \mathrm{IPQ}} \times 100 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}(Q_t^i \times P_0^i)}{\sum_{i=1}^{k}(Q_0^i \times P_0^i)} \times \frac{\sum_{i=1}^{k}(Q_t^i \times P_t^i)}{\sum_{i=1}^{k}(Q_0^i \times P_t^i)}} \times 100}$$

ملاحظة: يقع الرقم القياسي لفيشر بين رقمي لسبير و باش. تكون العلاقة التالية دائما محققة.

$$\mathrm{ILP} \times \mathrm{IPQ} = \mathrm{ILQ} \times \mathrm{IPP} = IFP \times IFQ = IVG$$

مثال تطبيقي: يمثل الجدول التالي أسعار و كميات ثلاثة بضائع خلال سنة 2005(هي سنة الأساس 0) و 2015 (سنة المقارنة t) .

السنة ⇨ / البضاعة ⇩	2005		2015		$P_0^iQ_0^i$	$P_t^iQ_0^i$	$P_0^iQ_t^i$	$P_t^iQ_t^i$
	P_0^i	Q_0^i	P_t^i	Q_t^i				
A	12	15	16	20	180	240	240	320
B	10	12	12	25	120	144	250	300
C	20	18	25	45	360	450	900	1125
المجموع	42		53		660	834	1390	1745

1. <u>احسب الرقم القياسي التجميعي للأسعار</u>

$$IP_{t/0} = \frac{\sum_{i=1}^{3} P_t^i}{\sum_{i=1}^{3} P_0^i} \times 100 = \frac{53}{42} \times 100 \Rightarrow \boxed{IP_{t/0} = 126{,}190\%}$$

2. <u>احسب الرقم القياسي للأسعار للسبير، بـاش و فيـشر</u>

a. <u>الرقم القياسي للأسعار للسبير</u>

$$ILP_{t/0} = \frac{\sum_{i=1}^{3}\left(P_t^i \times Q_0^i\right)}{\sum_{i=1}^{3}\left(P_0^i \times Q_0^i\right)} \times 100 = \frac{834}{660} \times 100 \Rightarrow \boxed{ILP_{t/0} = 126{,}36\%}$$

b. <u>الرقم القياسي للأسعار لباش</u>

$$IPP_{t/0} = \frac{\sum_{i=1}^{3}\left(P_t^i \times Q_t^i\right)}{\sum_{i=1}^{3}\left(P_0^i \times Q_t^i\right)} \times 100 = \frac{1745}{1390} \times 100 \Rightarrow \boxed{IPP_{t/0} = 125{,}54\%}$$

c. <u>الرقم القياسي للأسعار لفيشر</u>

$$IFP_{t/0} = \sqrt{ILP_{t/0} \times IPP_{t/0}} \times 100 = \sqrt{\frac{126{,}36}{100} \times \frac{125{,}54}{100}} \times 100$$

$$\Rightarrow \boxed{IFP_{t/0} = 126{,}36\%}$$

3. <u>احسب الرقم القياسي للكميات للسبير، بـاش و فيـشر</u>

a. <u>الرقم القياسي للكميات للسبير</u>

$$\mathrm{IL(Q)}_{t/0} = \frac{\sum_{i=1}^{3}(Q_t^i \times P_0^i)}{\sum_{i=1}^{3}(Q_0^i \times P_0^i)} \times 100 = \frac{1390}{660} \times 100 \Rightarrow \boxed{\mathrm{IL(Q)}_{t/0} = 210{,}6\%}$$

b. <u>الرقم القياسي للكميات لباش</u>

$$\mathrm{IP(Q)}_{t/0} = \frac{\sum_{i=1}^{3}(Q_t^i \times P_t^i)}{\sum_{i=1}^{3}(Q_0^i \times P_t^i)} \times 100 = \frac{1745}{834} \times 100 \Rightarrow \boxed{\mathrm{IP(Q)}_{t/0} = 209{,}23\%}$$

c. <u>الرقم القياسي للكميات لفيشر</u>

$$IFQ_{t/0} = \sqrt{ILQ_{t/0} \times IPQ_{t/0}} \times 100 = \sqrt{\frac{210{,}6}{100} \times \frac{209{,}23}{100}} \times 100$$

$$\Rightarrow \boxed{IFQ_{t/0} = 209{,}91\%}$$

4. تحقق من العلاقة:

$$\mathrm{ILP} \times \mathrm{IPQ} = \mathrm{ILQ} \times \mathrm{IPP} = IFP \times IFQ = IVG$$

$$\mathrm{ILP}_{t/0} \times \mathrm{IPQ}_{t/0} = \left(\frac{126,36}{100} \times \frac{209,23}{100}\right) \times 100 = 264,38\%$$

$$\mathrm{ILQ}_{t/0} \times \mathrm{IPP}_{t/0} = \left(\frac{210,6}{100} \times \frac{125,54}{100}\right) \times 100 = 264,38\%$$

$$\mathrm{IFP}_{t/0} \times \mathrm{IFQ}_{t/0} = \left(\frac{125,94}{100} \times \frac{209,91}{100}\right) \times 100 = 264,38\%$$

$$\mathrm{IVG}_{t/0} = \frac{\sum_{i=1}^{3}(P_t^i \times Q_t^i)}{\sum_{i=1}^{3}(P_0^i \times Q_0^i)} \times 100 = \frac{1745}{660} \times 100 \Rightarrow IVG_{t/0} = 264,39\%$$

<u>العلاقة محققة:</u>

$$\boxed{\mathrm{ILP} \times \mathrm{IPQ} = \mathrm{ILQ} \times \mathrm{IPP} = IFP \times IFQ = IVG}$$

أساتذة المادة :

أستاذة المحاضرة :

- شنوف ص. **منسق المادة**
- سليماني ر.
- قنصاب ح. م.
- كيحل م.ر.

أستاذة التطبيق:

- صقال-محجوب ح.
- جنان-شنوف ح.
- بن عودة ا.
- شايمي ي.
- خليفة ح.
- بوكروس ج.

- مرحوم س.
- بلعباسي ن.
- صايم ط.
- كمال و.
- بوعلي ر.
- زاوي ل.