**Exercices de Mathématiques Financières**

**(Intérêts Composés)**

**Exercice 1 :**

Calculer la valeur acquise par un capital de 1.000 U/M, placé à un taux annuel *i* = 0,115, capitalisation annuelle des intérêts pendant :

1. 7 ans.
2. 11 ans 5 mois.

**Solution**

**Formule : Cn = C.(1 + *i*)n**

1. C7 = 1.000 x (1,115)7 = 1.000 x 2,142516 = 2.142,52 U/M
2. Nous constatons, dans ce cas que la période n’est pas entière (11 ans et 5 mois). La résolution peut se faire de trois (03) manières.

1 – Nous pouvons résoudre cette question en recourant à l’intérêt pour la période inférieur à l’année (12ème de l’année)

C11 = 1.000 x (1,115)11 = 1.000 x 3,311490712 = 3.311,49

**3.311,49 + 158,68 = 3.470,17 U/M**

2 – Nous pouvons résoudre cette question en recourant à l’interpolation. Il faut calculer la valeur acquise de la 11ème et 12ème année. La période qui nous intéresse (11ans et 5 mois) se situe dans cet intervalle.

C11 = 1.000 x (1,115)11 = 3.311,49

C12 = 1.000 x (1,115)12 = 1.000 x 3,692312143 = 3.692,31

3 - Nous pouvons résoudre cette question en recourant à la table financière N° 6 (1+*i*)n/12

C11 = 1.000 x (1,115)11 = 3.311,49

(1,115)5/12 = 1,046400314

Nous remarquons que ce troisième résultat diffère des deux premiers. Cela s’explique par le fait que :

- la 3ème solution s’appuie sur la continuité de la variable *n* dans l’expression (1+*i*)n. (Courbe exponentielle)

- les solutions 1 et 2 retiennent le calcul fait à intérêt simple entre deux capitalisations successives des intérêts (courbe brisée)

**Exercice 2 :**

1. Calculer la valeur acquise, à intérêt composé, par un capital de 10.000 U/M, au bout de 10 ans. Taux annuel : *i* = 0,09. Capitalisation annuelle des intérêts.
2. Même calcul en intérêt simple.
3. Au bout de combien de temps la valeur acquise à intérêt simple serait-elle égale à la valeur acquise obtenue en question a), capital et taux demeurant inchangés ?
4. Au bout de combien de temps la valeur acquise à intérêt composé était-elle égale à la valeur acquise obtenue en question b), même capital et même taux ?
5. A quel taux un capital de 10.000 U/M, placé à intérêt simple, atteindra-t-il en 10 ans la valeur acquise en a) ?

**Solution**

1. Valeur acquise à intérêt composé

C10 = 10.000 x (1,09)10 = 10.000 x 2,367363675 = **23.673,64 U/M**

1. Valeur acquise à intérêt simple

**D’où *n = 15,2 ans***

= 1,9

**Par lecture dans la table financière N° 1, *n* est compris entre 7 et 8 ans.**

1,097 = 1,828039121

1,098 = 1,992562642

La différence entre ces deux valeurs est de 0,164527299. Elle correspond à 12 mois.

La valeur que nous recherchons est 1,9. Entre cette valeur (1,9) et la valeur de la 7ème année, nous avons (1,9 – 1,828039121 = 0,071960879). Cette différence correspond à *x* mois.

En recourant à la règle de 3, nous obtenons *x* = 5,25. La période est donc égale à **7 ans et 5 mois.**

Nous pouvons, aussi, déterminer cette période, ainsi :

= 1,9

7,44

Soit 7 ans 5 mois (0,44 x 12 mois = 5 mois)

Détermination du taux *t*

**On tire *t* = 13,67%.**

**Exercice 3 :**

Calculer le capital qui, au taux trimestriel de 2 %, et au bout de trois ans, est devenu 10.000 U/M. Capitalisation trimestrielle des intérêts.

**Solution**

Dans cet exercice, nous sommes face à une actualisation, puisque nous recherchons le capital qui est devenu 10.000 après 3 ans. D’un autre côté, nous avons un taux trimestriel et une durée annuelle (3 ans). La capitalisation étant trimestrielle, il y a lieu de convertir l’année en trimestres.

**Exercice 4 :**

Deux capitaux dont le total est 10.000 U/M sont placés :

* L’un à intérêt simple au taux de 10 %,
* L’autre à intérêt composé au taux de 8 %.

Au bout de 9 ans, ils ont acquis la même valeur.

Calculer les montants respectifs des deux capitaux.

**Solution**

Désignons respectivement par *x*  et *y* les deux capitaux.

Nous pouvons écrire :

équation (1)

1,90*x =* 1,999005 *y* équation (2)

Tirons :

Remplaçons *x*  par cette valeur dans l’équation (2).

*y =4.873 U/M*

*x = 10.000 – 4.873*

*x = 5.127 U/M*

**Exercice 5 :**

On dépose, en banque, 10.000 U/M productifs d’intérêts composés. Un an après, on retire 10.000 U/M. Un an après ce retrait, on dispose en banque, compte tenu des intérêts produits, de 806,25 U/M.

**Calculer le taux de capitalisation annuelle.**

**Solution**

La valeur acquise à la fin de la première année de placement :

Compte tenu du retrait effectué, le capital placé pendant la deuxième année :

La valeur acquise à la fin de la deuxième année :

Nous devons avoir :

Si nous divisons par 10.000 (simplification), on obtient :

Nous sommes en présence d’une équation du second degré. La résolution se fait par le calcul de

Pour la solution, nous retiendrons, seulement la racine positive.

Le taux de capitalisation est donc égal à **7,5 %**

**Exercice 6 :**

Un capital est placé, au taux annuel  *i,* pendant 8 ans. Capitalisation annuelle des intérêts.

Le quotient du total des intérêts produits au cours des trois premières années de placement, par le total des intérêts produits au cours des trois dernières années est de 0,635228.

**Calculer le taux du placement.**

**Solution**

Intérêt total des trois premières années :

Intérêt total des trois dernières années :

En utilisant la table financière N° 2, nous obtenons :

***i =*0,095 soit un taux de 9,5 %.**

**Exercice 7 :**

Deux capitaux *x*  et *y* dont le montant total s’élève à 80.000 U/M sont placés le même jour, pour une durée de 6 ans, à intérêt composé.

Le capital  *x* est placé au taux annuel de 8 %, capitalisation annuelle des intérêts.

Le capital  *y* est placé au taux semestriel de 3,75 %, capitalisation semestrielle des intérêts.

A l’expiration des 6 années, le total des intérêts produits s’élève à 46.007,32 U/M.

**Calculer *x* et *y.***

**Solution**

Nous posons :

Valeur acquise totale des deux capitaux :

(2)

De l’équation (1), on tire :

Remplaçons *y* dans l’équation (2) :

**Exercice 8 :**

Trois capitaux de même montant, sont placés, à intérêt composé, pendant 3 ans, aux conditions suivantes :

Premier capital : taux annuel 10 %, capitalisation annuelle des intérêts.

Deuxième capital : taux semestriel 5 %, capitalisation semestrielle des intérêts.

Troisième capital : taux trimestriel 2,5 %, capitalisation trimestrielle des intérêts.

* **1)** au bout de 3 années de placement, les intérêts produits par les deux premiers capitaux présentent une différence de 272,88 U/M. Calculer la valeur commune des trois capitaux.
* **2)** Calculer la différence entre les intérêts produits par les placements des deuxième et troisième capitaux.
* **3)** A quel taux d’intérêt simple, le premier capital devrait-il être placé pour que, après 3 années de placement, la valeur acquise à intérêt simple soit égale à la valeur acquise à intérêt composé, les intérêts composés étant calculés au taux annuel de 10 %.
* **4)** Au bout de combien de temps, le premier capital, placé à intérêt simple, au taux de 10 % donnerait-il une valeur acquise égale à la valeur acquise du même capital placé à intérêt composé au même taux annuel de 10 % pendant 3 ans ?

**Solution**

Appelons C le montant de chacun des capitaux.

2. La différence entre les intérêts produits par les placements des deuxième et troisième capitaux est égale à la différence entre les valeurs acquises.
3. Calcul du taux :
4. Si *n* est la période recherchée, exprimée en années :

***n = 3,31 ans***

**Exercice 9 :**

Une personne place, à intérêt composé, une somme de 20.000 U/M à un taux *i* et une somme de 50.000 U/M à un taux *i’.* Elle dispose après 4 années (les taux sont annuels et la capitalisation annuelle), capitaux et intérêts réunis, d’une somme totale de 109.199,13 U/M.

Si le capital de 20.000 U/M avait été placé au taux *i’* et le capital de 50.000 U/M au taux *i*, le total des deux valeurs acquises aurait été de 112.159,56 U/M.

**Calculer les deux taux *i* et *i’.***

**Solution**

Posons *(1+i) = x et (1+i’) = y*

Simplifions par 10.000, nous obtenons :

Multiplions par 5 les deux membres de l’équation (1), et par 2 les deux membres de l’équation (2).

Retranchons membre à membre (4à et (3)

Da la table financière N° 1, nous tirons :

***i’ = 0,1125 soit taux = 11,25 %***

En remplaçant, dans l’équation (1), *y* par sa valeur, nous obtenons :

Da la table financière N° 1, nous tirons :

***i = 0,13 soit taux = 13 %***