

Equations DifférentiellesExercice n°1:

Donner toutes les solutions des équations différentielles suivantes :

$$a) y' - y = x + 1 \quad (E_1) , x \in I_1 = \mathbb{R}$$

$$b) y' + y = xe^{-x} + 1 \quad (E_2) , x \in I_2 = \mathbb{R}$$

$$c) xy' - (x + 1)y = x^2 \quad (E_3) , x \in I_3 =]0, \infty[$$

Exercice n°2:

Résoudre l'équation différentielle suivante :

$$(1 + x^2)y' + \frac{x^2-1}{x}y = -2 \quad (E) \text{ sur } I =]0, \infty[$$

Indication : On pourra chercher a, b, c réels tels que : $\frac{x^2-1}{x(1+x^2)} = \frac{a}{x} + \frac{bx+c}{x^2+1}$

Exercice n°3:

Résoudre les équations différentielles linéaires d'ordre "2" suivantes :

$$1) y'' - 3y' + 2y = x^2 - 3x \quad (E_1)$$

$$2) y'' + 2y' + y = (x + 1)e^x \quad (E_2)$$

Exercice n°4:

1) soit la fonction f de deux variables définie par :

$$f(x, y) = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$$

Déterminer le domaine de définition D_f , puis calculer les dérivées partielles $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ et $\frac{\partial f}{\partial y \partial x}$

2) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $t > 0$ et $u(x, t) = [g(xt)]^2$ on a l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$t\partial_t u(x, t) - x\partial_x u(x, t) = 0$$