جامعة وهران 2 محمد بن أحمد

كلية العلوم الاقتصادية، التجارية و علوم التسيير

السنة الأولى ليسانس

مادة الإحصاء 2 **مارس 2020**

الفصل الثالث

السلاسل الزمنية

I- مقدمة وتعريف:

بمرور الزمن تتعرض معظم الظواهر الاقتصادية و الاجتماعية للتغيير حسبة وتيرة معينة تكون إما سنوية، فصلية، شهرية أو قد تتغير بعض منها حتى كل ساعة، لحظة أو كل ثانية. وهذا التغيير يكون ناتج عن توفر مجموعة من الظروف في وقت معين.

مثال: لما نقوم بدراسة حول كمية الغاز المستهلكة في ناحية ما، نجد أنها ترتفع في فصل الشتاء ثم تبدأ بالانخفاض مع بداية الربيع لتصل هده الكمية إلي أدني حد في فصل الصيف و ثم تبدأ بالارتفاع مع بداية فصل الخريف. و تتكرر هذه الوتيرة حسب الفصول الأربعة.

في مثل هذا المثال، تكون الظواهر الاقتصادية مرتبطة بتغييرات زمنية و تشكل مجموعة البيانات المتحصل عليها ما يسمي بالسلسلة الزمنية إذن السلسلة الزمنية سلسلة معطيات إحصائية مرتبطة بالزمن (أو بعبارة أخرى هي عبارة عن سلسلة قيم ظاهرة معينة تتغير مع الزمن) مثل: الإنتاج السنوي للقمح ، نسبة التضخم السنوية....).

عموما فانا السلسلة الزمنية تحتوي علي مغيرين الأول هو **الزمن** و يعتبر المتغير المستقل أما الثاني فهو قيمة الظاهرة و يعتبر المتغير التابع.

تهدف دراسة السلسلة الزمنية إلي إبراز غرضي أساسين:

- وصف سلوك المستهلك.
- تحليل هذا السلوك يساعد للتنبؤ بقيمة و تطور الظاهرة في المستقبل.

بالنسبة للغرض الأول فهو هدف وصفي يمكن من خلاله تفسير و استنباط اثر بعض العوامل التاريخية (الماضية) علي سلوك الظاهرة تحت الدراسة ، الأمر الذي قد يؤدي إلي نتيجة

تقريبية عامة تفيد في التنبؤ بسلوك الظاهرة إذا ما توافرت نفس الظروف و العوامل في المستقبل.

إذن الغرض من تحليل السلسلة الزمنية هو التنبؤ بما سيكون عليه السلوك لظاهرة ما في المستقبل بناءا على سلوكها في الماضي.

إذن تكون قيمة المتغير في السلسلة الزمنية تابع لحركة الزمن (هي دالة للزمن) : **Y=f(t)**

لتكن لدينا :

$y_1, y_2, y_3, \ldots\ldots\ldots\ldots y_n.$

$t_1, t_2, t_3, \ldots\ldots\ldots\ldots t_n.$

مثال: الجدول التالي يبين عدد المبيعات الثلاثية بالنسبة لمؤسسة ما :

Trimestres / Années	**1**	**2**	**3**	**4**
2016	860	794	1338	1148
2017	1096	1021	1705	1505
2018	1436	1363	2319	2047

t_1 : correspond au 1er trimestre 2016

t_2 : correspond au 2eme trimestre 2016

t_3 : correspond au 3eme trimestre 2016

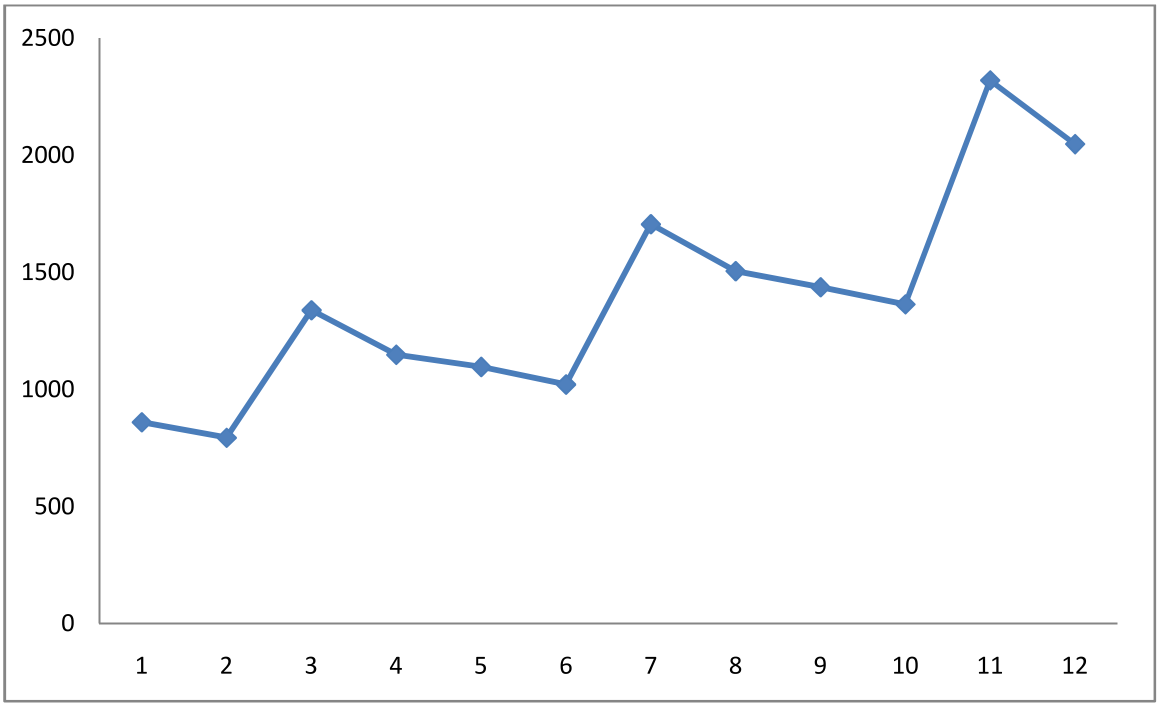
.

.

t_{12} correspond au 4eme trimestre 2018

التمثيل البياني:

Y=f(t)



و يمكن أن تكون المشاهدات التي نتابع تطورها إما تدفق أو محزون **(flux ou stock):**

(Variable de stock) متغير المخزون :

تشكل كل المشاهدات المسجلة في تاريخ معين، مثال: سكان الجزائر أثناء إحصائهم في سنة 1995.

(Variable de flux)متغير التدفق :

تشكل كل المشاهدات المسجلة خلال فترة معينة ، مثال: مجموعة الولادات المسجلة في الجزائر خلال شهر جانفي 2019 .

مثال: رصيد الحساب البنكي في أول يوم من الشهر يعتبر متغير مخزون أما التغييرات في رصيد الحساب البنكي من أول يوم في الشهر إلي أخره يعتبر متغيرا لتدفق.

كما إن التحليل المتسلسلات الزمنية يسمح بتوقع بعض التغييرات ذات المستويات المختلفة و من هذا يعلل منفعتها عن طريق الخواص التالية (مكونات السلسلة الزمنية):

II-**مكونات السلسلة الزمنية:**

تتكون السلسلة الزمنية من أربعة عناصر محددة ومخصصة، والتي تشكل في مجملها السلسلة الزمنية لعلم الإحصاء، وتكون عناصر السلسلة الزمنية كالتالي :

1- مركبة الاتجاه العام (حركة عامة): ونرمز لها ب T_t La tendance générale

وهو الذي يقصد بيه الحركة المنتظمة للسلسلة عبر فترة زمنية طويلة نسبياً حيث تهتم بالتغييرات الإجمالية (على العموم 5 سنوات أو أكثر).

إن لفظ الاتجاه العام يعني التغيير العام في المدى الطويل لهذه السلسة و الفكرة العامة تعني إن هناك حركة دائمة في اتجاه معين ، وفي معظم الأحيان يكون تأثير تلك العوامل بصورة منتظمة بطيئة و صغيرة و يظهر تأثيرها بعد فترة طويلة من الزمن و ذلك ما يجعلنا نصف الاتجاه العام بأنه التغيير في المدى الطويل لتلك الظاهرة.

2- **المركبة الموسمية (التغيرات الموسمية): ونرمز لها ب S_t La composante saisonnière**
هي التي تمثل التغيرات المنتظمة القصيرة الأجل والتي تحدث خلال الفترة الزمنية الواحدة التي لا يزيد طولها عن السنة، فقد تكون أسبوعية أو شهرية أو فصلية، وهي ناتجة عن التغيير في الفصول أو المواسم (الإنتاج الزراعي، السياحة، العطل، الأعياد الدينية...).

3- **المركبة الدورية (التغيرات الدورية): ونرمز لها ب Ct La composante cyclique**
هي التي تمثل التغيرات التي تطرأ على قيم السلسلة الزمنية بصورة منتظمة ولكن على فترات متباعدة و هذه الحالة وسطية بين الحركة العامة و الحركة الموسمية حيث تبين اثر النشاط الاقتصادي في المدى المتوسط و تتناسب مراحلها مع مراحل الدورة الاقتصادية (الانتعاش، الرواج ، الركود، الكساد...) ويزيد أمدها عن السنة إلى 5 سنوات وعموما ليس لها مدة معينة، عادة لا نأخذ بعين الاعتبار هذه الحركة لان المعطيات الإحصائية غير كافية على مدى الزمن أو أن هذه المركبة غير موجودة.

4- **المركبة العشوائية (التغيرات العشوائية): ونرمز لها ب ε_t La Composante aléatoire**
التي تحدث فجائية لا يمكن التنبؤ بها أو مراقبتها أو التي لا توجد لها علاقة بعنصر الزمن. ومن أمثلتها ما يحدث للنشاط الاقتصادي في بلد ما بسبب الزلازل أو الحروب غير المتوقعة، مظهرات شعبية، تعطل وسائل الإنتاج...

III-تحليل السلاسل الزمنية:

بعد تقديم العناصر الأساسية التي تتكون منها السلسلة الزمنية، يمكن دراسة تغيير الظاهرة المدروسة بإحدى الطرقتين مختلفتين وهذا حسب نوع العلاقات الموجودة بين المتغير التابع و المتغير المستقل.

يتطلب تحليل السلسلة الزمنية صياغة نموذج رياضي يمثل السلسلة المعطاة.وهناك عدة نماذج رياضية تربط بين قيم المشاهدات، وقيم المركبات المختلفة للسلسلة الزمنية ومن أبرز النماذج الرياضية التي تصف السلسلة الزمنية هي النموذج التجميعي (تزايدي) و النموذج التضاربي (التضاعفي)، بعبارة أخرى يمكن كتابة السلسلة الزمنية كدالة بدلالة مكونتها الأربعة بإحدى هذه الطرقتين :

1- حالة النموذج ألتزايدي (Modèle additif)

عند استعمال هذا النموذج يجب أن يكون بالإمكان فرض أن جميع المركبات مستقلة بعضها عن بعض ، بمعنى أن حدوث إحداها لا يؤثر و لا تتأثر في حدوث المركبات الأخرى . وفي هذا النموذج يجب أن يكون مجموع قيم المركبة الفصلية على مدار السنة مساويا صفراً

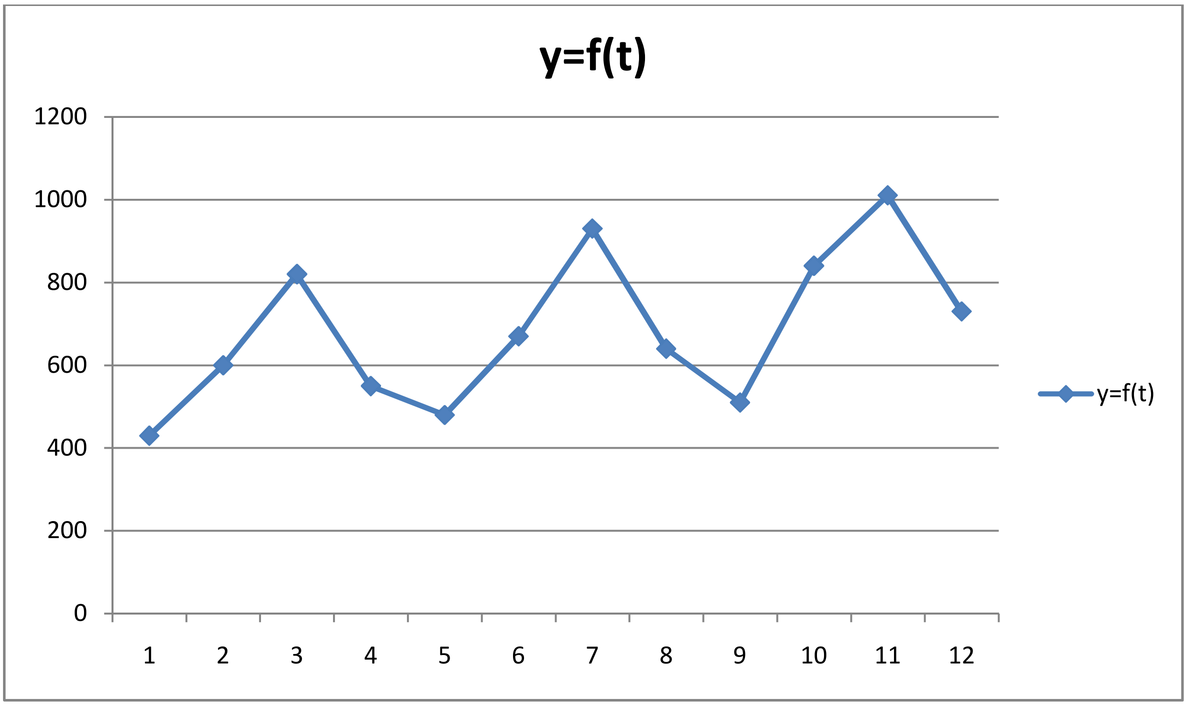
حيث يفترض أن قيمة الظاهرة المدروسة في أي نقطة زمنية (المشاهدة) هي حاصل جمع المركبات الأربعة و التي نرم لها ب (y) تكن كالتالي:

$$Y_t = T_t + C_t + S_t + \varepsilon_t$$

مثال: الجدول التالي يمثل رقم الأعمال بآلاف الدنانير لمؤسسة متوسطة خلال 3 سنوات:

Années / Trimestres	**Année 1**	**Année2**	**Année3**
1er trimestre	430	480	510
2eme trimestre	600	670	840
3eme trimestre	820	930	1010
4eme trimestre	550	640	730

الرسم البياني للقيم:



بيانيا تكو ن التغييرات الموسمية تقريبا متساوية من فترة إلى أخرى.

في هذه الحالة و عند رسم المستقيمين الذين يمران من ادني القيم و من أقصى القيم نحصل على **مستقيمين متوازيين.**

في هذا النموذج يصعب أن نفرق بين الحركة الدورية و حركة الاتجاه العام، أي أن الحركة الدورية متطابقة مع حركة الاتجاه العام من جهة و من جهة أخرى نعتبر أن التغييرات العشوائية هي حركات قصيرة المدى و لا يمكن مراقبتها.

$\sum \mathcal{E}_t$ بالنسبة لسلسلة من المشاهدات على $n = 0$ يمكن افتراض بان الحركات العشوائية معدومة:

و بالتالي يصبح النموذج كالتالي:

$$Y_t = T_t + S_t \Rightarrow S_t = Y_t - T_t$$

-2 **حالة النموذج التضاعفي** **(Modèle Multiplicatif)**

هو النموذج الذي يفترض أن قيمة الظاهرة (المشاهدة) المدروسة عند أي نقطة زمنية يساوي حاصل ضرب المركبات الأربعة ، ومن صفات النموذج أنه يستخدم في الحالات التي يمكن أن نفرض فيها أن المركبات الأربع يؤثر بعضها في بعض على الرغم من أن مصادر حدوثها تكون مختلفة أي تأثر كل مركبة على الأخرى و تتأثر منها و تكون قيمة الظاهرة كالتالي: عند الفترة (t)

$$1^{er}\ \text{Cas:} \quad Y_t = T_t * C_t * S_t * \mathcal{E}_t$$

$$2^{eme}\ \text{Cas:} \quad Y_t = T_t * C_t * S_t + \mathcal{E}_t$$

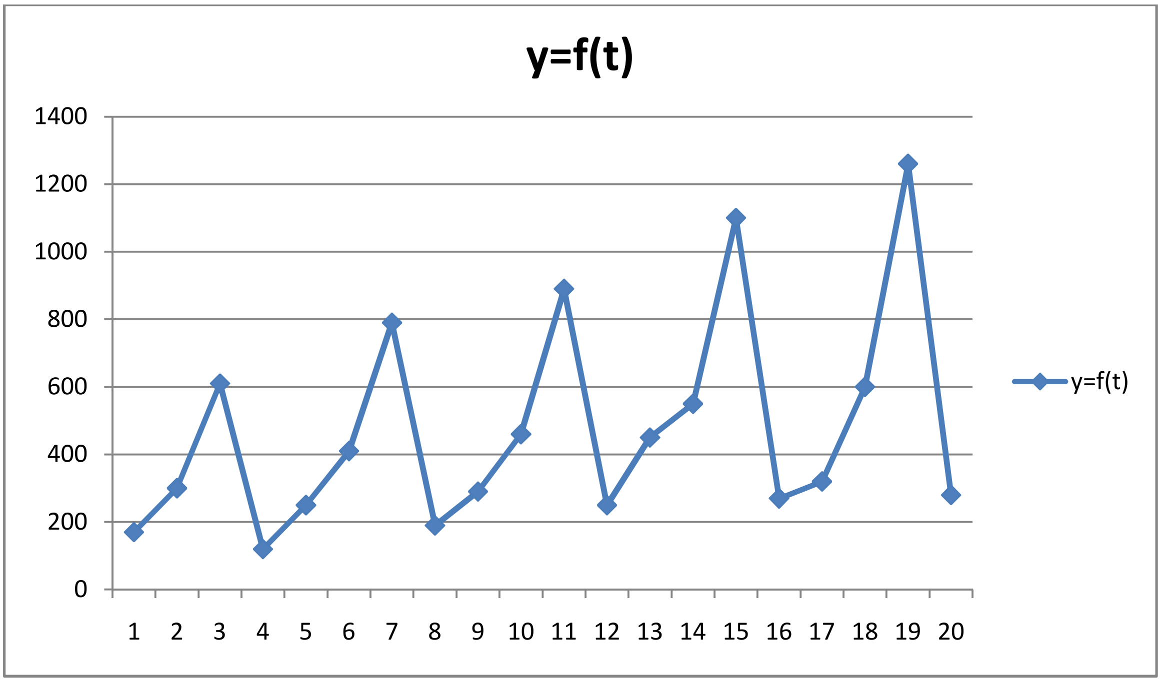
في هذا النموذج تشبه الطريقة المستعملة في النموذج المتزايد، أي أن الحركة الدورية متطابقة مع حركة الاتجاه العام من جهة و من جهة أخرى نعتبر أن التغييرات العشوائية هي حركات قصيرة المدى و لا يمكن مراقبتها و يكون مجموع الحركات العشوائية معدومة $\sum \mathcal{E}t = 0$

و بالتالي يصبح النموذج كالتالي: $Y_t = T_t * S_t$

مثال: للرسم البياني للقيم السلسلة

مبيعات الثلاثية لعصير الفواكه في إحدى المحلات الكبرى بآلاف اللترات كانت كالتالي:

Trimestres / Années	I	II	III	IV
2014	170	300	610	120
2015	250	410	790	190
2016	290	460	890	250
2017	450	550	1100	270
2018	320	600	1260	280



في هذه الحالة و عند رسم المستقيمين الذين يمران من ادني القيم و من أقصى القيم نحصل على **مستقيمين غير متوازيين.**

ملاحظة: تتناسب أغلب الحالات التطبيقية مع النموذج المتضاعف (التضاعفي)، لأنه يطابق التغييرات الموسمية التي تتزايد خلال الزمن. فيكون من الصعب دراسة الظاهرة الاقتصادية بأخذ بعين الاعتبار كل العوامل المؤثرة معا و لهذا نحاول إبعاد الحركة الموسمية و الحركة الدورية و لعامل العشوائي و نكتفي غالبا بدراسة مركبة الاتجاه العام خاصة إذا كانت الظاهرة المدروسة على المدى الطويل (بحيث تكون التغييرات الظرفية المذكورة قليلة التأثير في المدى الطويل).

IV- **طرق تقدير الاتجاه العام**:

يمكننا تقدير الاتجاه العام بعدة طرق مهما ما هو **تحليلي** و ذلك باللجوء عموما إلى **التوفيق الخطي بطريقة المربعات الصغرى** كما رأينا في الفصل السابق، و كذلك يمكننا استخدام بعض **الطرق الآلية** منها مثلا **طريقة المتوسطات المتحركة**.

1 - **طريقة المتوسطات المتحركة (الطريقة الآلية):**

إذا كانت لدينا السلسلة الزمنية: $Y=y_1, y_2, y_3, ...y_n$

مأخوذة خلال الفترات الزمنية: $t= 1, 2, 3, ...n.$

نسمي المتوسط المتحرك من الدرجة **p** متتالية المتوسطات الحسابية التالية:

$$y_1=\frac{y_1+y_2+...+y_p}{p};\quad y_2=\frac{y_2+y_3+...+y_{p+1}}{p};\quad y_3=\frac{y_3+y_4+...+y_{p+2}}{p};....$$

$$y_{n-p+1}=\frac{y_{n-p+1}+...+y_n}{p}.$$

حيث **n** عدد القيم و **p** طول المتوسط المتحرك.

نلاحظ إذن أن المتوسط المتحرك يكون عدده n-p+1 قيمة و هكذا نحصل على سلسلة جديدة.

طريقة حساب المتوسط المتحرك يتغير حسب فترة أو الطول المتوسط المتحرك (زوجي أو فردي).

حالة متوسط متحرك إذا كان طول p فردي:

إذا كان طول المتوسط المتحرك فردي يكون عدد القيم الاتجاهية الناقصة على طرفي السلسلة الزمنية يساوي $\frac{p-1}{2}$.

مثال: الجدول التالي يمثل تطور إنتاج مؤسسة ما بالألف الطن خلال 9 سنوات. احسب الأوساط المتحركة بطول= 3 .

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y_t	4	6	5	3	7	5	4	3	6
MM_3		5	4.67	5	5	5.33	4	4.33	

$$MM_3(y_t) = \frac{yt-1+yt+yt+1}{3}$$ exemple : $MM_3(y_6)=\frac{7+5+4}{3}= 5.33$

نلاحظ أن القمتين المتطرفتين t_1 و t_2 قد اختفت (واحدة من كل طرف): $\frac{p-1}{2}=\frac{3-1}{2}=1$

احسب الأوساط المتحركة بطول= 5

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y_t	4	6	5	3	7	5	4	3	6
MM_5	/	/	5	5.2	4.8	4.4	5	/	/

$$MM5\ (y_t)= \frac{yt-2+yt-1+yt+yt+1+yt+2}{5}$$ EX : **$MM5\ (y_4)=\frac{6+5+3+7+5}{5}=5.2$**

نلاحظ أن 4 قيم متطرفة نقص من الجدول (2 من كل طرف) حيث: $\frac{5-1}{2}=2$ (2 من كل جهة) .

ملاحظة: **إذا كان فردي** p فانه يأخذ شكل 2r+1 أي **(p=2r+1)** ،

و يكون عدد القيم الناقصة على الأطراف السلسلة $r=\frac{p-1}{2}$ والمتوسط المتحرك عند الفترةt كالتالي:

$$MM_{\mathbf{p}}(y_t) = MM_{\mathbf{2r+1}}(y_t) = \frac{1}{2r+1}\sum_{k=-r}^{k=+r} yt+k = \frac{1}{p}\sum_{k=-r}^{k=+r} yt+k$$

Exemple : Si p=3=2r+1 → r=1 : donc **$MM3\ (y_t) = \frac{1}{3}(y_{t-1}+y_t+y_{t+1})$**

Si p=5= 2r+1→ =2 : donc **$MM5\ (y_t) = \frac{1}{5}(y_{t-2}+y_{t-1}+y_t+y_{t+1}+y_{t+2})$**

حالة متوسط متحرك إذا كان طولp زوجي:

إذا كان **p** زوجي فانه يأخذ شكل p=2r فان عدد القيم الناقصة على أطراف السلسلة تكون تساوي $\frac{p}{2}$

مثال: نأخذ المثال السابق و نحسب الأوساط المتحركة بطول يساوي 4

يجب اخذ 5 قيم لأكن نأخذ نصف القيمة الأولى و نصف القيمة الخامسة التي نضيفها للقيمة الثانية و الثالثة و الرابعة و نقسم الكل علي 4 تتحصل إذن على الجدول التالي:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y_t	4	6	5	3	7	5	4	3	6
MM_4	/	/	4.875	5.13	4.88	4.75	4.63	/	/

Exemple : MM4 (y_3) = $\frac{4/2+6+5+3+7/2}{4}$ = 4.875

MM4 (y_t) = $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}(y_{t-2})+y_{t-1}+y_t+y_{t+1}+\frac{1}{2}(y_{t+2}) \right)$

إذا كان**p**زوجي فانه يأخذ شكل p=2r، يكون المتوسط المتحرك في الفترة t:

$$MMp(y_t)= MM2r(y_t)=\frac{1}{2r}\left[\frac{1}{2}\ yt-r+\sum_{k=-r+1}^{k=+r-1} yt+k+\frac{1}{2}yt+r\right]$$

Exemple : si p= 6 = 2r → r= 3

MM6 (y_t)= $\frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}y_{t-3} + y_{t-2} + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + y_{t+2} + \frac{1}{2}y_{t+3} \right)$

ملاحظة: لما نقوم بالرسم البياني نلاحظ أن الخط البياني تغير شكله بحيث لن يصبح متعرجا و يصبح في صورة خط مستقيم، إن المتوسطات المتحركة تنظم قيم السلسلة و تظهر الاتجاه العام للسلسلة، إن طريقة المتوسطات المتحركة تستبعد تأثير الحركات الدورية، الموسمية و الغير المنتظمة و لا يبقى إلا الاتجاه العام الذي نرغب دراسته.

2- الطرق التحليلية: هذه الطرق تمكننا من تقدير قيمة الاتجاه العام بواسطة الحساب الجبري بحيث يجب تحديد بواسطة الشكل (الرسم البياني) صياغة نموذج رياضي يمثل السلسلة المعطـاة و نوعية الدالة و التي تمكننا من إيجاد مجاهل النموذج.

الاتجاه العام: تحليل

يتم تحديد الاتجاه العام لأي ظاهرة بطرق كثيرة، ومن أهم الطرق التي نستخدمها في هذا المجال هي:

طريقة المربعات الصغرى: يمكن تقدير الاتجاه العام للسلسلة الزمنية بطريقة المربعات الصغرى ، ويمكن استخدام معادلة الانحدار للتنبؤ عن قيم Y وقيم السلسلة t كمتغير مستقل مستقبلية لهذه السلسلة .وهناك أنواع عديدة من معادلات الاتجاه العام منها:

معادلة الاتجاه العام الخطي:

إذا كانت الظاهرة تزيد أو(تنقص) بمقدار ثابت كل فترة زمنية فإن معادلة الاتجاه العام تكون على صورة خط مستقيم أي أن معادلته هي:

$$Y_i = at_i + b$$

و نحسب الميل a للمعادلة بطريقة المربعات الصغرى التي سبق لنا شرحها

$$a = \frac{cov(t,y)}{\sigma 2\ t} = \frac{\frac{\sum tiyi}{n} - \bar{t}\bar{y}}{\frac{\sum t^2}{n} - \bar{t}^2} = \frac{\sum tiyi - n\bar{t}\bar{y}}{\sum ti^2 - n\bar{t}^2}$$

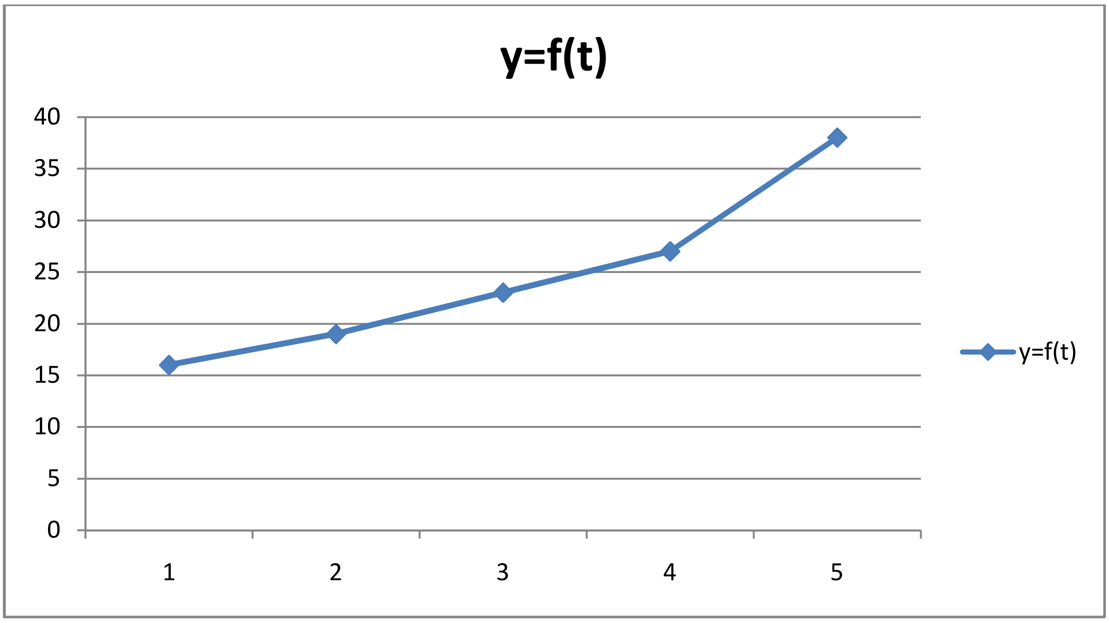
$$b = \bar{y} - a\bar{t}$$

مثال: فيما يلي قيم متغير خلال الفترة 2012 -2016

قدر معادلة الاتجاه العام لهذه البيانات :

Années	y_i	t_i	$t^2{}_i$	t_iy_i	$\acute{Y}_i = 5.2t_i+9$
2012	16	1	1	16	14.2
2013	19	2	4	38	19.4
2014	23	3	9	69	24.6
2015	27	4	16	108	29.8
2016	38	5	25	190	35
المجموع	123	15	55	421	123

الرسم البياني لهذه السلسلة



بعد الرسم البياني نلاحظ أن الاتجاه العام لهذه السلسلة يأخذ شكل خط مستقيم و يمكن صيغته بالمعادلة الخطية التالية: $y_i = at_i + b$

y_i : قيمة الاتجاه العام للمتغير التابع.

a : هو ميل المستقيم و يمثل الزيادة السنوية للظاهرة.

b : هي قيمة الاتجاه العام للمتغير في نقطة الأصل للزمن

t_i : يمثل الزمن و هو قيم السنوات المتتالية في السلسلة الزمنية.

لتحديد قيم الثابتين a و b في معادلة الاتجاه العام: **$y_i = at_i + b$**

نستعمل طرية المربعات الصغرى: $\bar{t} = \frac{\sum ti}{n} = \frac{15}{5} = 3 \quad ; \quad \bar{y} = \frac{\sum yi}{n} = \frac{123}{5} = 24.6$

$$a = \frac{cov(t,y)}{\sigma 2\ t} = \frac{10.4}{2} = 5.2$$

$$cov(t,y) = \frac{\sum tiyi}{n} - \overline{ty} = \frac{421}{5} - (3*24.6) = 84.2 - 73.8 = 10.4$$

$$\sigma^2{}_t = \frac{\sum t^2}{n} - \bar{t}^2 = \frac{55}{5} - 9 = 2$$

$$b = \bar{y} - a\bar{t} \rightarrow b = 24.6 - (5.2*3) = 9.$$

معادلة الاتجاه العام $\acute{Y}_i = 5.2t_i + 9$

ملاحظة: $\sum \acute{Y}i = \sum y_i$

V- تصحيح التغييرات الفصلية: Correction des variations saisonnières (CVS)

إذا أخذنا المثال السابق المتعلق برقم الأعمال لمؤسسة خلال 3 سنوات نلاحظ من خلال الرسم البياني أن - هناك ارتفاع للرقم الأعمال (الاتجاه العام) في المدى الطويل.

- تغييرات الفصلية: رقم الأعمال يرتفع خلال كل سنة في الفصل الثاني و الثالث و ينخفض خلال الفصل الأول و الرابع.

الاتجاه العام يمكن توفيقه بواسطة خط مستقيم يمكن إيجادها بطريقة المربعات الصغرى، لأخذ بعين الاعتبار التغييرات الفصلية يمكن حساب قيم جديدة التي تأخذ بعين الاعتبار هذه التغييرات لكي نضبط التنبؤات و هذا ما يسمى بالسلسلة المصححة من التغييرات الفصلية **Série désaisonnalisée**أو **(CVS)**

السلسلة **(CVS)** هي السلسلة الزمنية y_t التي ننزع منها التغييرات الفصلية .

- طريقة حساب السلسلة المصححة(CVS) : لتكن السلسلة الزمنية y_t

1- نضع الرسم البياني لهذه السلسلة الأصلية y_t

2- نقدر الاتجاه بواسطة الأوساط المتحركة على p فترة أي حساب الأوساط المتحركة $MMp(y_t)$

3- نختار طبيعة النموذج : تزايدي او تضاعفي.

أ) - النموذج التزايدي: $Y_t = T_t + S_t$

1- نحسب المعاملات التي تمثل الفرق $y_t - MMp(y_t)$

2- نحسب المعاملات الفصلية حسب النموذج التزايدي، نأخذ S_j هي المتوسط لكل فصل بالنسبة للفروق

$y_t - MMp(y_t)$ ثم نحسب $\bar{S} = \frac{\sum sj}{n}$.

3- ثم نحسب المعاملات النهائية : $S_j = s_j - \bar{S}$ **ملاحظة:** في النموذج التزايدي $\sum sj = 0$

4- هذه المعاملات تستعمل لتحديد لسلسلة المصححة كالتالي: $y_{ij}^{CVS} = y_{ij} - S_j = y_t - S_j$

نحصل على السلسلة المصححة بحساب الفرق بين قيم السلسلة الأصلية و قيم المعاملات الفصلية S_j

ب) - النموذج التضاعفي: $Y_t = T_t * S_t$

1- نحسب المعاملات التي تمثل الكسر بين القيمة الأصلية Y_t و المتوسط المتحرك $MMp(yt)$

$$\frac{\mathbf{Yt}}{MMp(yt)}$$

2- نحسب المعاملات الفصلية حسب النموذج التضاعفي، نأخذ S_j هي قيمة المتوسط لكل فصل بالنسبة

$\frac{\mathrm{Yt}}{\mathrm{MMp(yt)}}$ ثم نحسب $\bar{S} = \frac{\sum sj}{n}$

3- ثم نحسب المعاملات النهائية: $S_j = s_j - \bar{S}$ **ملاحظة:** في النموذج التضاعفي يكون $\sum sj = 1$

4- هذه المعاملات تستعمل لتحديد لسلسلة المصححة من التغييرات الفصلية كالتالي:

$$y_{ij}^{CVS} = \frac{\mathbf{yij}}{Sj} = \frac{yt}{sj}$$

<u>Exercice d'application</u> :

Soit la série chronologique suivante donnant l'évolution du chiffre d'affaires (en milliers DA) d'une entreprise donnée sur 3 années :

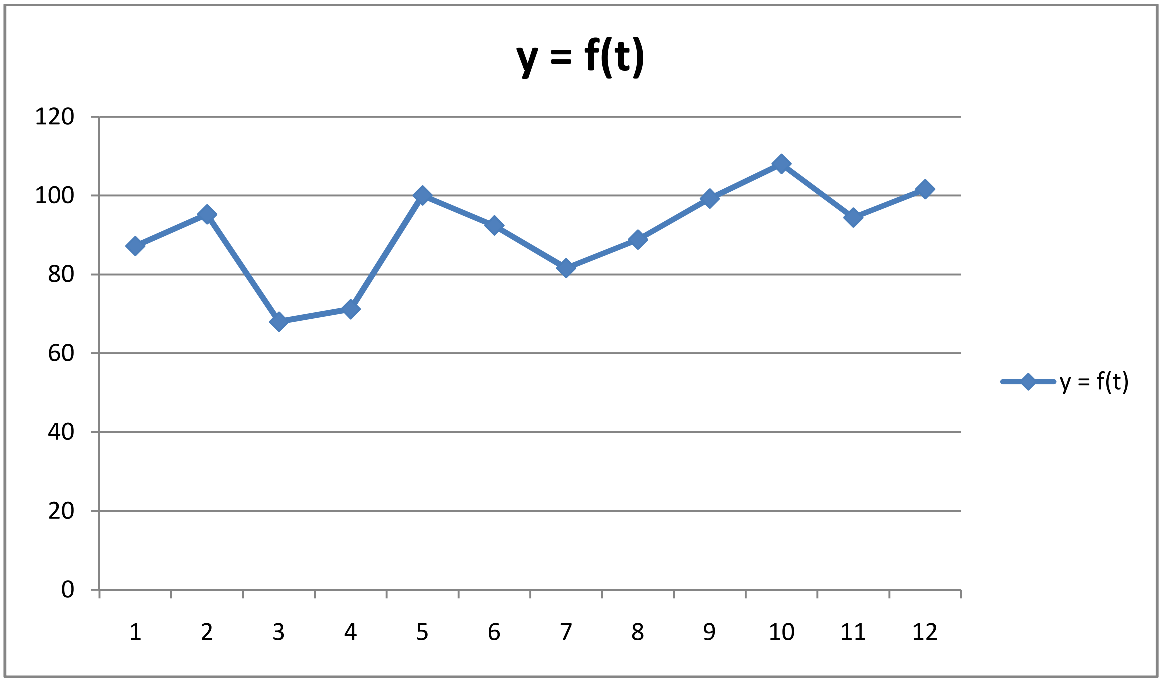
- **Déterminer les coefficients saisonniers et la série désaisonnalisée (CVS) ?**

y_t :

Trimestres / Année	I	II	III	IV
2016	**87 .2**	**95.2**	**68**	**71.2**
2017	**100**	**92.4**	**81.6**	**88.8**
2018	**99.2**	**108**	**94.4**	**101.6**

<u>SOLUTION</u> :

Représentation graphique de la série chronologique :



D'après la Représentation graphique On constate qu'il y'a accroissement du phénomène. La tendance pourrait être représentée par une droite de pente positive. Il existe des variations saisonnières et les amplitudes des composantes saisonnières sont constantes par rapport à la tendance, dans ce cas le modèle est **de type additif** ; on considère que le phénomène étudié en fonction du temps se décompose en élément indépendants les uns des autres.

Donc nous pouvons écrire la composante de la manière suivante :

$yt = T_t + C_t + S_t + Z_t$

- La dessaisonalisation s'effectuera en calculant les moyennes mobiles sur quatre trimestres supposant la composition additive des mouvements.
  Moyenne Mobiles sur quatre trimestres :
  $MM4\ (y_t) = \frac{1}{4}\left(\frac{yt-2}{2} + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + \frac{yt+2}{2}\right)$

$MM4(y_1) = - ;\ MM4(y_2) = - ;$

$MM4(y_3) = \frac{1}{4}\left(\frac{87,2}{2} + 95,2 + 68 + 71,2 + \frac{100}{2}\right) = 82$; ……..

$MM4(y_{10}) = \frac{1}{4}\left(\frac{88,8}{2} + 99,2 + 108 + 94,4 + \frac{101,6}{2}\right) = 99,2$;

$MM4(y_{11}) = /$; $MM4(y_{12}) = /$

Trimestres / Année	I	II	III	IV
2016	/	/	**82**	**83,25**
2017	**84,6**	**88,5**	**90,6**	**92,45**
2018	**96**	**99,2**	/	/

- Les coefficients sont obtenus en faisant la différence entre y_t (la série brute) et les moyennes mobiles.

$y_t - MM4\ (y_t)$:

Trimestres / Année	I	II	III	IV
2016	/	/	**-14**	**-12,05**
2017	**15,4**	**3,9**	**-9**	**-3,65**
2018	**3,2**	**8,8**	/	/

Les moyennes s_j (les moyennes des coefficients bruts) :

$S_1 = \frac{15,4+3,2}{2} = 9,3$; ...... ; $s_4 = \frac{-12,05+(-3,65)}{2} = -7,85$

s_j	9,3	6, 35	-11,5	-7,85

- D'où les coefficients définitifs : $S_j = s_j - \bar{s}$; $\bar{s} = \frac{\sum sj}{n} = -0{,}925$

S_j	10,2	7,3	-10,6	-6,9

$\sum \mathbf{Sj} = 0$

- D'où la série CVS $(y_{ij}{}^{CVS} = y_{ij} - S_j)$

Trimestres / Année	I	II	III	IV
2016	**77**	**87,9**	**78,6**	**78,1**
2017	**89,8**	**85,1**	**92,2**	**95,7**
2018	**89**	**100,7**	**105**	**108,5**

التمرين الثاني:

لدينا جدول التالي الذي يبين مردود القمح خلال 08 سنوات متتالية في منطقة ما:

السنوات	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
المردود (ق/الهكتار)	8	10	12	11	9	13	15	18

المطلوب:

1- احسب المتوسطات المتحركة بطول دورة تساوي 3.
2- أحسب معادلة الاتجاه العام الخطية : $y_i = at_i + b$.
3- حدد قيمة مردود القمح في سنة 2007.

الحل

1. حساب المتوسطات المتحركة بطول دورة تساوي 3 : **$MM_3(Yt)$:**

$MM_3(Y_t) =$

عدد القيم الاتجاهية الناقصة على طرفي السلسلة هو: $r = \frac{p-1}{2} = \frac{3-1}{2} = 1 \Longrightarrow \boxed{r = 1}$

السنة	Yi	Ti	$MM_3(Yt)$	YiTi	Ti^2
2007	8	1	-	8	1
2008	10	2	10	20	4
2009	12	3	11	36	9
2010	11	4	10,66	44	16
2011	9	5	11	45	25
2012	13	6	12,33	78	36
2013	15	7	15,33	105	49
2014	18	8	-	144	64
المجموع	96	36		500	204

2. معادلة الاتجاه العام الخطية : **yi= ati+b.**

$$y_i = a = \frac{cov(t,y)}{\delta_t^2}; \quad b = \bar{y} - a\bar{X}$$

$$\bar{t} = \frac{\sum t_i}{N} = \frac{36}{8} \Longmapsto \boxed{\bar{x} = 4{,}5}; \qquad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{96}{8} \Longmapsto \boxed{\bar{y} = 12}$$

$$cov(t,y) = \frac{\sum tiyi}{N} - (\bar{x}.\bar{y}) = \frac{500}{8} - (4{,}5 \times 12) \Longmapsto \boxed{\mathrm{cov(t,y)} = 8{,}5}$$

$$\delta_t^2 = \frac{\sum t_i^2}{N} - \bar{t}^2 = \frac{204}{8} - 4{,}5^2 \Longmapsto \boxed{\delta_t^2 = 5{,}25}$$

$$a = \frac{8{,}5}{5{,}25} \Longmapsto \boxed{a = 1{,}619}$$

$$b = 12 - (1{,}619 \times 4{,}5) \Longmapsto \boxed{b = 4{,}715}$$

معادلة الاتجاه العام الخطية : $\boxed{y_i = 1{,}619ti + 4{,}715}$

1. تحديد قيمة مردود القمح في سنة 2017 أي لما : t =11

$$y = 1{,}619 \times 11 + 4{,}715 = 22{,}524 \Longrightarrow \boxed{y = 22{,}524}$$

التمرين الثالث:

الجدول التالي يمثل سلسلة ثلاثية لرقم الأعمال لمؤسسة صغيرة و متوسطة بآلاف الدينارات خلال 3 سنوات:

الفصول / السنوات	I	II	III	IV
2013	91,2	99,2	72	75,2
2014	104	96,4	85 ,6	92,8
2015	103,2	112	98,4	105,6

المطلوب: إذا علمت أن المركبة هي على شكل نموذج تزايدي:

1- أحسب المتوسطات المتحركة من الدرجة الرابعة 4.

2- أحسب المعاملات الفصلية.

3- أحسب المعاملات الفصلية المصححة.

4- حدد السلسلة المصححة من التغيرات الفصلية.

الحل

النموذج التزايدي : $Y_t = T_t + S_t \Leftarrow S_t = Y_t - T_t$

1. حساب المتوسطات المتحركة من الدرجة الرابعة 4.(p=4)

عدد القيم الناقصة على طرفي السلسلة هو: $r = \frac{P}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$$MM_4(Yt) = \frac{1}{4}(\frac{Y_{t-2}}{2} + Y_{t-1} + Y_t + Y_{t+1}\frac{Y_{t+2}}{2})$$

الفصول / السنوات	I	II	III	IV
2013	–	–	86	87.25
2014	88.6	92.5	94.6	96.45
2015	100	103.2	–	–

- حساب الفروق الفصلية: $\boxed{Y_t - MM_4(Yt)}$
-

الفصول / السنوات	I	II	III	IV

2013	–	–	- 14	-12.05
2014	15.4	3.9	- 9	- 3.65
2015	3.2	8.8	–	–

2. حساب المعاملات الفصلية: (sj)

$\mathbf{s_j}$	9.3	6.35	- 11.5	**- 7.85**

$$\bar{s} = \frac{\sum \mathbf{sj}}{N} = \frac{-3.7}{4} \Rightarrow \boxed{\bar{s} = -0.925}$$

3.حساب المعاملات الفصلية المصححة (المعاملات النهائية) : (Sj)

$$\boxed{Sj = sj - \bar{s}}$$

$Sj = sj - \bar{s}$	10.225	7.275	- 10.575	- 6.925

في **النموذج التزايدي** يكون : $\sum \mathbf{Sj} = 0$

4. تحديد السلسلة المصححة من التغيرات الفصلية : (CVS) Yt - Sj

الفصول / السنوات	I	II	III	IV
2013	80.975	91.925	82.575	82.125
2014	93.775	89.125	96.175	99.725
2015	92.975	104.725	108.975	112.525

أستاذة المادة :

- **شنوف ص.** **منسق المادة**
- **قنصاب ح. م.**
- **سليماني ر.**
- **كيحل م.ر.**