On cherche une solution particulière de (E) sous la forme : $y_p = Ay_1 + By_2$,*où A et B sont des fonctions vérifiant*

$$A'y_1 + B'y_2 = 0...(1).$$

L'équation (E) devient (après calcul) : $a(A'y_1' + B'y_2') = f(x)...(2)$, *en déduit que (A', B') est une solution du système :*

$$\begin{cases} A'y_1 + B'y_2 = 0 \\ A'y_1' + B'y_2' = \frac{1}{a}f(x) \end{cases}.$$

La résolution de ce système donne A', B' puis A, B par l'intégration.
La solution générale de l'équation (E) est donnée par :

$$y = y_h + y_p,$$

où y_h est la solution générale de l'équation homogène associée à (E), et y_p est la solution particulière de l'équation (E) avec second membre.

Exemple 3.2.5 *Soit l'équation différentielle suivante :*

$$y'' + y' - 2y = e^{-x}...(E)$$

On va appliquer la méthode générale pour résoudre l'équation différentielle (E).

1. Résolution de l'équation homogène associée à (E) qui est :

$$y'' + y' - 2y = 0\ldots(EH)$$

L'équation caractéristique $r^2 + r - 2 = 0$, de discriminant $\Delta = 9$, alors, cette équation admet deux racines $r_1 = -2$ et $r_2 = 1$. Donc la solution générale de l'équation (EH) est donnée par :

$$y_h = C_1e^{-2x} + C_2e^x,\ C_1,\ C_2 \in \mathbb{R}.$$

2. Recherche d'une solution particulière.
Cherchons une solution particulière sous la forme : $y_p = A(x)e^{-2x} + B(x)e^x$ où $A'(x)$ et $B'(x)$ vérifiant le système suivant :

$$\begin{cases} A'(x)e^{-2x} + B'(x)e^x = 0...............(1) \\ -2A'(x)e^{-2x} + B'(x)e^x = e^{-x}..........(2) \end{cases}$$