

- et  $y_p$  est une solution particulière de l'équation  $ay'' + by' + cy = f(x)$  (dite avec second membre).

### 3.2.4 Solution particulière de l'équation avec sans second membre

#### Méthode 1 : Solutions particulières

**Proposition 3.2.2** Quand le second membre  $f(x)$  d'une équation différentielle linéaire d'ordre 2, se présente sous l'une des formes usuelles recensées plus bas, alors cette équation différentielle admet une solution particulière  $y_p$  de la même "forme" que le second membre  $f(x)$ .

Plus précisément :

second membre :	solution particulière :
$f(x) = P(x)$ , où $P$ est un polynôme de degré $n$ avec $n \in \mathbb{N}$	On cherche une solution sous la forme $y_p(x) = Q(x)$ où $Q$ est un polynôme tel que : si $c \neq 0$ , alors, $\deg(Q) = n$ si $c = 0$ et $b \neq 0$ , alors, $\deg(Q) = n + 1$ si $c = 0$ et $b = 0$ , alors, $\deg(Q) = n + 2$

second membre :	solution particulière :
$f(x) = P(x)e^{\alpha x}$ , où $P$ est un polynôme de degré $n$ et $\alpha$ est un réel	On cherche une solution sous la forme $y_p(x) = Q(x)e^{\alpha x}$ où $Q$ est un polynôme tel que : si $\alpha$ n'est pas racine de l'équation caractéristique, alors $\deg(Q) = n$ si $\alpha$ est racine simple de l'équation caractéristique, alors $\deg(Q) = n + 1$ si $\alpha$ est racine double de l'équation caractéristique, alors $\deg(Q) = n + 2$

second membre :	solution particulière :
$f(x) = M \cos(\beta x + \gamma)$ $+ N \sin(\beta x + \gamma)$ où $\beta$ est un réel non-nul	si $i\beta$ n'est pas racine de l'équation caractéristique, alors : $y_p = A \cos(\beta x + \gamma) + B \sin(\beta x + \gamma)$ si $i\beta$ est racine de l'équation caractéristique, alors : $y_p = x(A \cos(\beta x + \gamma) + B \sin(\beta x + \gamma))$ où $A; B \in \mathbb{R}$ se déterminent par identification.

#### Méthode 2 : Méthode générale ( variation des constantes) :

**Proposition 3.2.3** Soient  $y_1, y_2$  deux solutions indépendantes de l'équation homogène (EH).