الاسم : .... اللقب : ....

Serie n°2
Les Condensateurs

Ex1

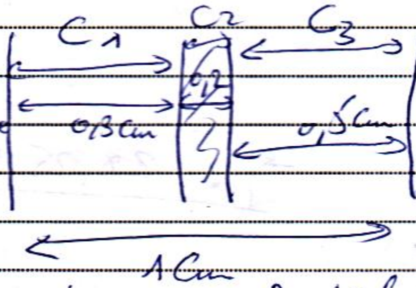
$S = 20\,Cm^2$, $d = 1\,Cm$, l'isolant : l'air

1/ $C = \varepsilon_0 \dfrac{S}{d} \Rightarrow C = 8{,}85\,10^{-12}\,\dfrac{20.10^{-4}}{10^{-2}} \Rightarrow C = 1{,}77\,10^{-12}\,F$

2/ on introduit une lame de verre de 2 mm d'épaisseur $\varepsilon_r = 6$.

* la position de la lame de verre n'a pas d'importance puisque l'épaisseur totale de l'air restant de part et d'autre de la lame sera la même. en réalité tout se passe comme si on avait constitué un montage de 3 condensateurs en série.

. C_1 est compris entre la 1ère armature et une face du verre le diélectrique a pour permittivité celle de vide ε_0 et une épaisseur x.



C_2 est compris entre les 2 faces du verre, le diélectrique a pour permittivité $\varepsilon_r \varepsilon_0$ et son épaisseur est de $0{,}2\,Cm$.

C_3 est compris entre l'autre face du verre et la dernière armature le diélectrique a pour permittivité ε_0 et l'épaisseur sera $1 -$

Puisque la position du verre n'a pas d'importance on peut prendre par exemple $x = 0{,}3\,Cm$

on a donc :

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{3.10^{-3}}, \quad C_2 = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 S}{2.10^{-3}} \quad \text{et} \quad C_3 = \frac{\varepsilon_0 S}{5.10^{-3}}$$

d'où la nouvelle valeur C du condensateur supposé en série

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3} \Rightarrow C=2{,}11.10^{-12}F.$$

⇒ on a augmenté la capacité du condensateur en remplaçant de l'air par du verre.

EX2 :

$\varepsilon_r=?$, $e=10^{-4}m$, $S=400cm^2$, $w=5.10^{-2}J$

$E=10^5 V/m$

$$C=\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{S}{e} \Rightarrow \varepsilon_r=\frac{eC}{\varepsilon_0 S}$$

$$w=\frac{1}{2}CU^2 \Rightarrow C=\frac{2w}{U^2} \text{ et } U=E.e$$

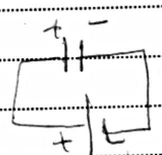
$$\Rightarrow C=\frac{2w}{E^2.e^2} \Rightarrow \varepsilon_r=\frac{2ew}{E^2e^2\varepsilon_0 S} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_r=\frac{2w}{E^2.e.\varepsilon_0.S}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon_r=28{,}25.10^4}$$

EX3 :

1/ Avant d'enlever la pile :

$C_1=4\mu F$, $V=20V$



$C_1=\frac{Q_1}{V_1} \Rightarrow Q_1=C_1V_1$ AN : $Q_1=4.10^{-6}.20$ 20V

$\Rightarrow \boxed{Q_1=80.10^{-6}C}$

2/ on enlève la pile et on la remplace par un condensateur non chargé d'où le premier condensateur va jouer le rôle de la pile pour charger le 2ème condensateur, les bornes de même signe sont reliés du même coté

⇒ association en //

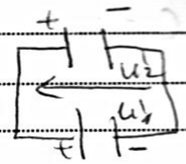
Q_1' et Q_2' U_1' et U_2' après contact

(2

Suite de l'exercice 3 : اللقب : .... الاسم

D'après la loi de conservation de la charge :

$$\sum Q_{avant} = \sum Q_{après}$$



$$Q_1 + \cancel{Q_2}^{\,0} = Q'_1 + Q'_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q_1 = Q'_1 + Q'_2 = 80\mu C \quad \cdots (1) \\ U'_1 = U'_2 \quad --- (2) \end{cases}$$

$$C_1 // C_2 \Rightarrow C_{éq} = C_1 + C_2$$

$$\Rightarrow C_{éq} = 10\mu F$$

$$\Rightarrow U'_1 = \frac{Q'_1}{C_1} = \frac{Q'_2}{C_2} \Rightarrow Q'_2 = \frac{C_2}{C_1} Q'_1$$

on remplace dans (1) $\Rightarrow Q'_1 + \frac{C_2}{C_1} Q'_1 = 80\mu C$

$$\Rightarrow Q'_1 \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right) = 80\mu C$$

$$\Rightarrow Q'_1 \left(1 + \frac{6}{4}\right) = 8 \Rightarrow \underline{Q'_1 = 32\mu C}$$

$$\Rightarrow Q'_2 = \frac{6}{4} . 32 \Rightarrow \underline{Q'_2 = 48\mu C}$$

on peut vérifier aisément que la charge totale est conservée

- le potentiel est le même $U'_1 = U'_2 = \frac{Q'_1}{C_1} = \frac{32}{4}$

$$\Rightarrow \underline{U'_1 = U'_2 = 8V}$$

3

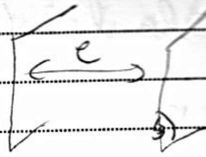
الإسم : .... اللقب : ....

Ex 4 :

$e = 1mm$

$S = 10 cm^2$

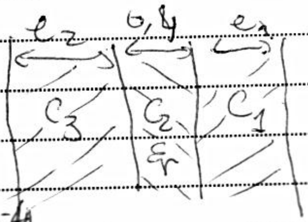
1| $C = \varepsilon_0 \frac{S}{e} \Rightarrow C = 8,85 \cdot 10^{-12} F$



2| la nouvelle valeur de la capacité

$e_1 = e_2 = \frac{e - 0,4}{2} = \frac{1 - 0,4}{2} \Rightarrow e_1 = e_2 = 0,3 mm$

$\Rightarrow$ comme si on a 3 condensateurs en série



$$\begin{cases} C_1 = \varepsilon_0 \frac{S}{e_1} \\ C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{0,4} \\ C_3 = \varepsilon_0 \frac{S}{e_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{10 \cdot 10^{-4}}{0,3 \cdot 10^{-3}} \\ C_2 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{3 \cdot 10 \cdot 10^{-4}}{0,4 \cdot 10^{-3}} \\ C_3 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{10 \cdot 10^{-4}}{0,3 \cdot 10^{-3}} \end{cases}$$

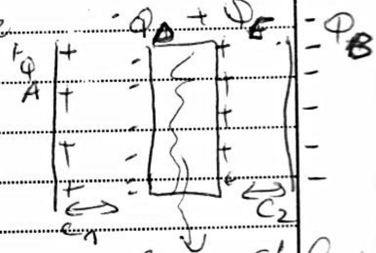
$\Rightarrow C_1 = 2,95 \cdot 10^{-11} F$, $C_2 = 6,64 \cdot 10^{-11} F$, $C_3 = 2,95 \cdot 10^{-11} F$

C_1, C_2, C_3 en série $\Rightarrow$

$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow C_{eq} = 1,21 \cdot 10^{-11} F$

. on substitue à la lame d'ébonite une lame métallique de même épaisseur :

$\Rightarrow$ la plaque métallique étant neutre sa charge totale reste nulle



$Q_A = -Q_\Delta = Q_E = -Q_B = Q'$

$\Rightarrow$ le schéma est alors équivalent à 2 condensateurs montés en série d'épaisseur

$e_1 = e_2 = \frac{e - 0,4}{2} = 0,3 mm$.

$$\begin{cases} C_1 = \varepsilon_0 \frac{S}{e_1} \\ C_2 = \varepsilon_0 \frac{S}{e_2} \end{cases} \Rightarrow C_1 = C_2 = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot 10^{-4}}{0,3 \cdot 10^{-3}}$$

$\Rightarrow C_1 = C_2 = 2,95 \cdot 10^{-11} F$.

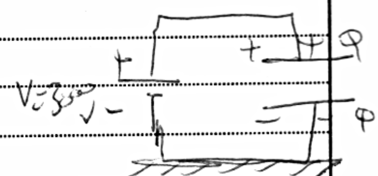
4

Suite de l'ex 4 : اللقب : الاسم

$$C_{éq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1^2}{2C_1} = \frac{C_1}{2} \Rightarrow C_{éq} = 1{,}47.10^{-11} F$$

4/ Lorsque le diélectrique est uniquement de l'air

(1ère cas) $Q = ?$ et $W = ?$



$C = 8{,}85.10^{-12} F.$

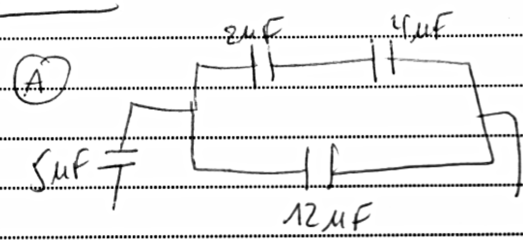
$Q = C.\Delta V \Rightarrow Q = C(V - 0)$

$Q = 8{,}85.10^{-12}.3000 \Rightarrow Q = 2{,}65.10^{-8} C$

$$W = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \Rightarrow W = 3{,}98.10^{-5} J.$$

EX 5 : Calcul de la capacité équivalente.

(A)



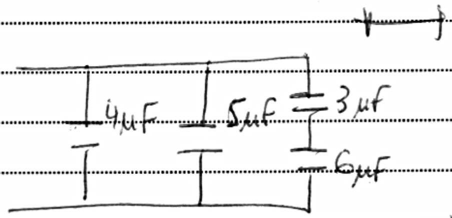
$2 \sim 4 \Rightarrow C_1 = \frac{2 \times 4}{2+4} = 1{,}33 \mu F$

$C_1 // 12 \Rightarrow C_2 = 1{,}33 + 12 = 13{,}33 \mu F.$

$C_2 \sim 5\mu F \Rightarrow C_{éq} = \frac{C_2 . 5}{C_2 + 5}$

$\Rightarrow C_{éq} = 3{,}63 \mu F$

(B)

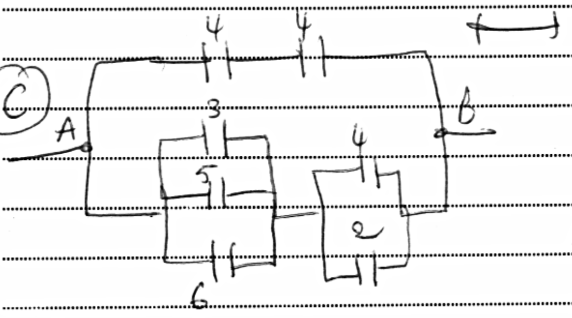


$C_1 = 3 \sim 6 \Rightarrow C_1 = \frac{3 \times 6}{3+6} = 2 \mu F$

$C_{éq} = C_1 // 5 // 4$

$\Rightarrow C_{éq} = 2 + 5 + 4 \Rightarrow C_{éq} = 11 \mu F$

(C)



$3 // 5 // 6 \Rightarrow C_1 = 3+5+6 \Rightarrow C_1 = 14 \mu F$

$4 // 2 \Rightarrow C_2 = 4+2 \Rightarrow C_2 = 6 \mu F$

$C_1 \sim C_2 \Rightarrow C_3 = \frac{6 \times 14}{6+14} \Rightarrow C_3 = 4{,}2 \mu F$

$4 \sim 4 \Rightarrow C_4 = \frac{4 \times 4}{4+4} = 2 \mu F$

$C_3 // C_4 \Rightarrow C_{éq} = C_3 + C_4 \Rightarrow C_{éq} = 6{,}2 \mu F$

5

الإسم : .... اللقب : ....

Ex 6

$C_1 = 3\,\mu F \rightarrow U_1 = 12V \Rightarrow Q_1 = C_1U_1 = 36\,\mu C$

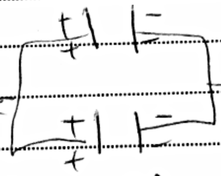
$C_2 = 5\,\mu F \rightarrow U_2 = 10V \Rightarrow Q_2 = C_2U_2 = 50\,\mu C$

a/ Condensateurs C_1, C_2 reliés par les armature de même signes

$\Rightarrow$ Association parallèle.

Q'_1, Q'_2, U'_1 et U'_2 après contact :

d'après la loi de conservation de la charge



$Q_1 + Q_2 = Q'_1 + Q'_2 = 50 + 36 = 86\,\mu C$ ...... (1)

$U'_1 = U'_2$ --- (2)

$C_{éq} = C_1 + C_2 = 3 + 5 = 8\,\mu F$ --- (3)

$U'_1 = U'_2 \Rightarrow \frac{Q'_1}{C_1} = \frac{Q'_2}{C_2} \Rightarrow Q'_2 = \frac{C_2}{C_1} Q'_1$ --- (4)

(4) dans (1) $\Rightarrow Q'_1 + \frac{C_2}{C_1} Q'_1 = 86 \Rightarrow Q'_1 = 32{,}25\,\mu C$

$\Rightarrow Q'_2 = 53{,}75\,\mu C$

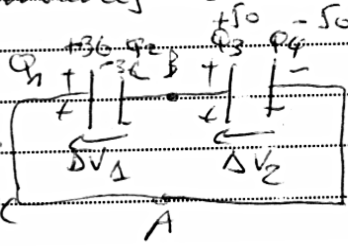
$U'_1 = U'_2 = \frac{32{,}25}{3} = 10{,}75\,V$

b/ Armatures de signes contraires reliées ensemble

A l'état initial :

$C_1 = 3\,\mu F \Rightarrow U_1 = 12V \Rightarrow Q_1 = 36\,\mu C$

$C_2 = 5\,\mu F \Rightarrow U_2 = 10V \Rightarrow Q_2 = 50\,\mu C$



la loi de conservation de la charge nous donne :

Au pt A on a : $Q_1 - Q_4 = 36 - 50 = -14$

Au pt B on a $-Q_2 + Q_3 = -36 + 50 = +14$

A l'état final on a : Q'_1, Q'_2

Suite de l'ex 6 :

→ la conservation de la charge $Q'_1 + Q'_2 = 14$ (1)

A l'équilibre électrostatique $\Delta V_1 = \Delta V_2$ — (2)

$\Rightarrow \frac{Q'_1}{C_1} = \frac{Q'_2}{C_2}$ — (3)

(3) $\Rightarrow Q'_1 = \frac{C_1}{C_2} Q'_2$ — (4)

(4) ds (1) $\Rightarrow \left(\frac{C_1}{C_2} + 1\right) Q'_2 = |Q_1 - Q_2| =$

$|36 - 50| = |-14|$

$\Rightarrow 16\, Q'_2 = 14 \Rightarrow Q'_2 = 8{,}75\, \mu C$

$\Rightarrow Q'_1 = 5{,}25\, \mu C$

le potentiel : $V = \frac{Q'_1}{C_1} = \frac{Q'_2}{C_2}$

$\Rightarrow V = \frac{5{,}25}{3} = \frac{8{,}75}{5} = 1{,}75\, V$

7