

## Solution de la fiche de TD 1

### Exercice n°1 :

Les sections de surface sont :

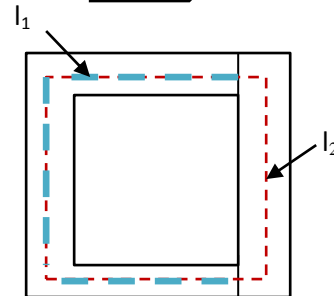
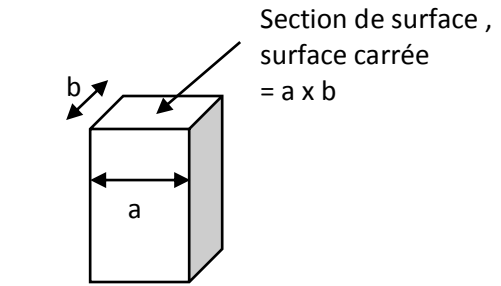
$$S_1 (\text{Acier}) = 2 \cdot 10^{-2} * 2 \cdot 10^{-2} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$S_2 (\text{fer doux}) = 1.8 \cdot 10^{-2} * 2 \cdot 10^{-2} = 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Les longueurs moyennes

$$l_1 \text{ acier (en bleu)} = 0.11 + 0.11 + 0.12 = 0.34 \text{ m}$$

$$l_2 \text{ fer doux (en rouge)} = 0.12 + 0.09 + 0.09 = 0.138 \text{ m}$$

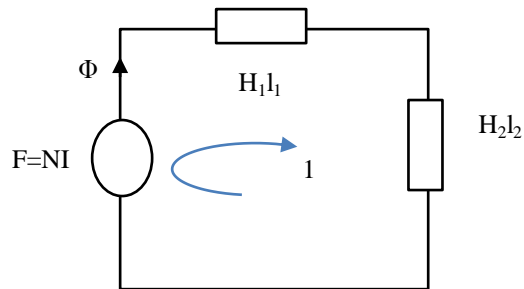


Le circuit électrique équivalent

D'après la maille 1 : loi d'Ampère

$$F = NI = H_1 l_1 + H_2 l_2$$

$$I = \frac{H_1 l_1 + H_2 l_2}{N}$$



D'après la courbe de la première aimantation du fer doux (voir le tableau ci-dessous)

$$\beta_2 = 0.45 \text{ T} \longrightarrow H_2 = 1270 \text{ A/M}$$

$$\Phi = \beta_2 * S_2 = 0.45 * 3.6 \cdot 10^{-4} \text{ wb}$$

$$\beta_1 = \frac{\Phi}{S_1} = 0.41 \text{ T}$$

D'après la courbe de la première aimantation d'acier (voir le tableau ci-dessous).

$$\beta_1 = 0.41 \text{ T} \longrightarrow H_1 = 233 \text{ A/M}$$

$$I = \frac{233 * 0.34 + 1270 * 0.138}{150} = 1.70 \text{ A}$$

### Exercice n°2 :

Il y a trois régions dans ce noyau. La forme d'un haut et en bas la région, le côté gauche forme un deuxième région, et le côté droit constitue une troisième région. Si nous supposons que la longueur du trajet moyen du flux est dans le centre de chaque branche du noyau, et si l'on ignore la diffusion aux angles du noyau, alors les longueurs moyennes sont :

Les longueurs moyennes

$$l_1 = (20 + 2.5 + 5) * 2 = 55 \text{ cm}$$

$$l_2 = 7.5 + 15 + 7.5 = 30 \text{ cm}$$

$$l_3 = 7.5 + 15 + 7.5 = 30 \text{ cm}$$

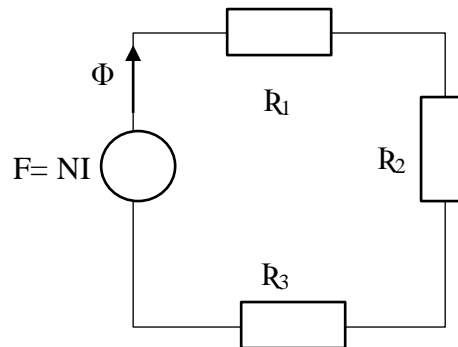
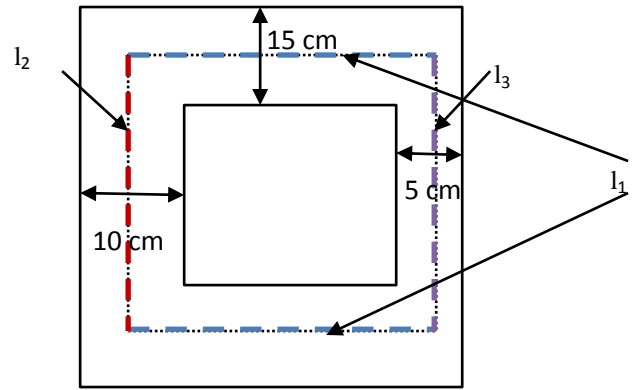
Les sections de ces trois régions:

$$S_1 = 0.15 * 0.05 = 0.0075 \text{ m}^2$$

$$S_2 = 0.10 * 0.05 = 0.005 \text{ m}^2$$

$$S_3 = 0.05 * 0.05 = 0.0025 \text{ m}^2$$

Le schéma électrique équivalent



Les réluctances de ces régions

$$R_1 = \frac{1}{\mu * S_1} = \frac{1}{\mu_r * \mu_0 * S_1} = \frac{0.55}{1000 * (4\pi * 10^{-7}) * 0.15 * 0.05} = 58.36 \text{ kAt/wb}$$

$$R_2 = \frac{1}{\mu * S_2} = \frac{1}{\mu_r * \mu_0 * S_2} = \frac{0.30}{1000 * (4\pi * 10^{-7}) * 0.10 * 0.05} = 47.75 \text{ KAt/wb}$$

$$R_3 = \frac{1}{\mu * S_3} = \frac{1}{\mu_r * \mu_0 * S_3} = \frac{0.30}{1000 * (4\pi * 10^{-7}) * 0.05 * 0.05} = 95.49 \text{ KAt/wb}$$

La réluctance totale

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 = 58.36 + 47.75 + 95.49 = 201.6 \text{ KAt/wb}$$

1- Le courant total :

$$I = \frac{\Phi * R_T}{N} = 2.52 \text{ A}$$

2- La densité de flux dans la partie supérieure de la culasse

$$\beta_1 = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{0.005}{0.15 * 0.05} = 0.67 \text{ T}$$

3- La densité de flux dans la partie droite de la culasse

$$\beta_3 = \frac{\Phi}{S_3} = \frac{0.005}{0.05 * 0.05} = 2.0 \text{ T}$$

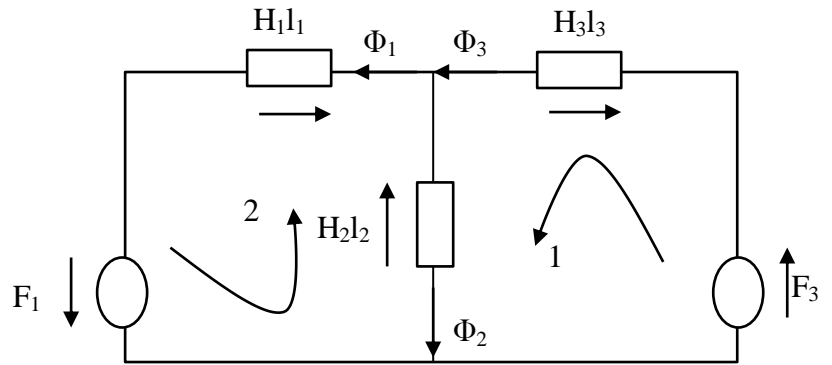
**Exercice n°3:**

$$\Phi_2 = \Phi_3 - \Phi_1 = 0.30 \cdot 10^{-4} \text{ wb}$$

$$\beta_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{90 \cdot 10^{-6}}{1.30 \cdot 10^{-4}} = 0.69 \text{ T}$$

D'après le tableau

$$H_1 = 87 \text{ A/m}$$



De la même manière on déduit  $\beta_2 = 0.23 \text{ T}$ , d'après le tableau  $H_2 = 49 \text{ A/m}$ .

$$\beta_3 = 0.92 \text{ T}, \text{ d'après le tableau } H_3 = 140 \text{ A/m}$$

Selon la loi des mailles :

$$F_3 - H_3 l_3 = H_2 l_2 \text{ -----1}$$

$$F_1 + H_1 l_1 = H_2 l_2 \text{ -----2}$$

$$F_3 = 35.0 + 2.5 = 37.5 \text{ A} \Rightarrow I_3 = 0.75 \text{ A.}$$

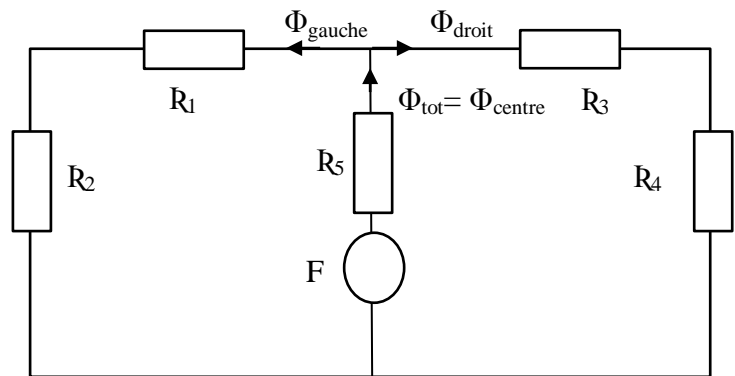
$$F_1 = H_1 l_1 - H_2 l_2 = 21.8 - 2.5 \Rightarrow I_1 = 0.386 \text{ A.}$$

**Exercice n°4 :**

Il y a cinq régions,  $R_1$  représente la réluctance de la branche gauche du

noyau,  $R_2$  réluctance de l'entrefer gauche,  $R_3$  réluctance de la branche droite du noyau,  $R_4$  réluctance de l'entrefer droite,  $R_5$  la branche centrale du noyau

Schéma électrique équivalent



$$l_1 = 1.11 \text{ m}$$

$$l_5 = 0.37 \text{ m}$$

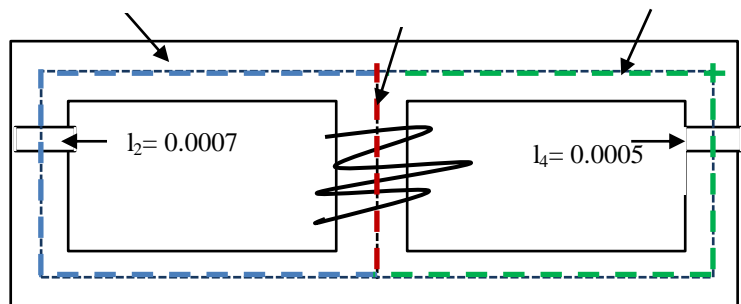
$$l_3 = 1.11 \text{ m}$$

Les longueurs moyennes

$$l_1 = 3.5 + 30 + 3.5 + 3.5 + 30 + 3.5$$

$$+ 3.5 + 30 + 3.5 = 111 \text{ cm}$$

$$l_3 = l_1 = 111 \text{ cm.}$$



$l_2 = 0.0007$  m (la longueur de l'entrefer gauche).

$l_4 = 0.0005$  m (la longueur de l'entrefer droite).

$l_5 = 3.5 + 30 + 3.5 = 37$  cm

Calcul des réluctances :

$$R_1 = \frac{l_1}{\mu \mu_0 S_1} = \frac{1.11}{2000 (4\pi 10^{-7})(0.07*0.07)} = 90.1 \text{ KA t/ wb}$$

$$R_2 = \frac{l_2}{\mu_0 S_2} = \frac{0.0007}{(4\pi 10^{-7})(0.07*0.07)*1.05} = 108.3 \text{ KA t/ wb}$$

$S_2$  (section de surface de l'entrefer) : est 5 % plus grande que la taille physique

$$S_2 = S + 5\% S = S (1 + 0.05) = 1.05 S \text{ (S section de surface physique = } 0.07*0.07 \text{ m}^2 \text{)}$$

$$R_3 = \frac{l_3}{\mu \mu_0 S_3} = \frac{1.11}{2000 (4\pi 10^{-7})(0.07*0.07)} = 90.1 \text{ KA t/ wb}$$

$$R_4 = \frac{l_4}{\mu_0 S_4} = \frac{0.0005}{(4\pi 10^{-7})(0.07*0.07)*1.05} = 77.3 \text{ KA t/ wb}$$

$S_4 = S + 5\% S = S (1 + 0.05) = 1.05 S$  (S section de surface physique =  $0.07*0.07 \text{ m}^2$ )

$$R_5 = \frac{l_5}{\mu \mu_0 S_5} = \frac{0.37}{2000 (4\pi 10^{-7})(0.07*0.07)} = 30.0 \text{ KA t/ wb}$$

$$R_{\text{tot}} = R_5 + \frac{(R_1+R_2)*(R_3+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4} = 30.0 + \frac{(90.1+108.3)*(90.1+77.3)}{90.1+108.3+90.1+77.3} = 120.8 \text{ Kat/wb}$$

Le flux total dans la branche centrale est :

$$\Phi_{\text{tot}} = \frac{F}{R_{\text{tot}}} = \frac{400*1}{120.8} = 0.0033 \text{ wb.}$$

Le flux dans la partie gauche est :

$$\Phi_{\text{gauche}} = \Phi_{\text{tot}} \frac{(R_3+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4} = \frac{(90.1+77.3)}{90.1+108.3+90.1+77.3} * 0.003 = 0.00193 \text{ wb}$$

Le flux dans la branche droite est :

$$\Phi_{\text{droite}} = \Phi_{\text{tot}} \frac{(R_2+R_1)}{R_1+R_2+R_3+R_4} = \frac{(90.1+108.3)}{90.1+108.3+90.1+77.3} * 0.003 = 0.00292 \text{ wb}$$

La densité de flux dans les entrefers :

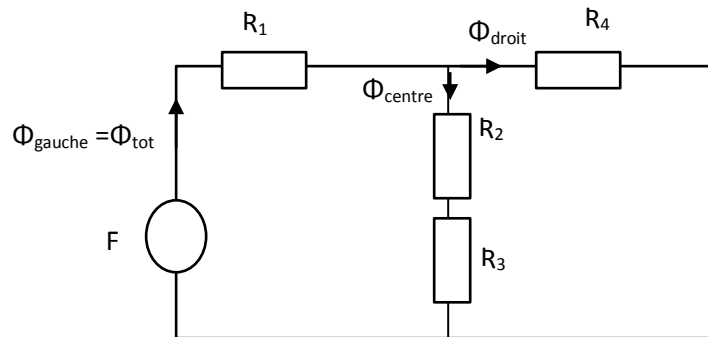
$$\beta_{\text{gauche}} = \frac{\Phi_{\text{gauche}}}{S_2} = \frac{0.00193}{0.07*0.07*1.05} = 0.375 \text{ T}$$

$$\beta_{\text{droite}} = \frac{\Phi_{\text{droite}}}{S_4} = \frac{0.00292}{0.07*0.07*1.05} = 0.445 \text{ T}$$

### Exercice n°5 :

Ce noyau peut être divisé en quatre régions ;  $R_1$  la réluctance de la branche gauche du noyau.  $R_2$  réluctance de la branche centrale du noyau.  $R_3$  réluctance de l'entrefer et  $R_4$  réluctance de la branche droite :

Schéma électrique équivalent



Les longueurs moyennes

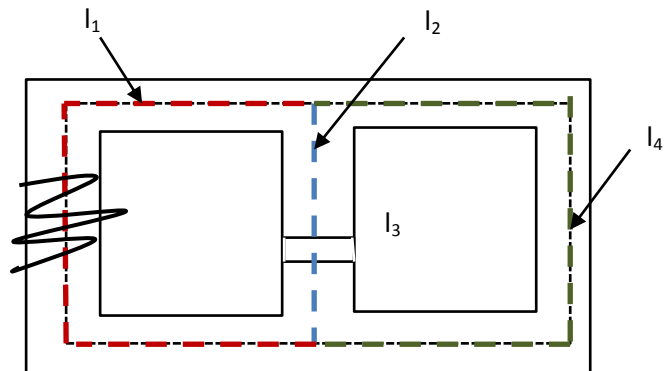
$$l_1 = 7.5 + 25 + 4.5 + 4.5 + 25 + 4.5$$

$$+ 4.5 + 25 + 7.5 = 108.2 \text{ cm}$$

$$l_2 = 4.5 + 25 + 4.5 = 34 \text{ cm.}$$

$$l_3 = 0.004 \text{ cm ( la longueur de l'entrefer).}$$

$$l_3 = l_1 = 108.2 \text{ cm.}$$



$$R_1 = \frac{l_1}{\mu \mu_0 S_1} = \frac{1.08}{1500 (4\pi 10^{-7})(0.09 \cdot 0.05)} = 127.3 \text{ kA t/ wb}$$

$$R_2 = \frac{l_2}{\mu \mu_0 S_2} = \frac{0.34}{1500 (4\pi 10^{-7})(0.15 \cdot 0.05)} = 24.0 \text{ kA t/ wb}$$

$$R_3 = \frac{l_3}{\mu_0 S_3} = \frac{0.34}{(4\pi 10^{-7})(0.15 \cdot 0.05 \cdot 1.04)} = 40.8 \text{ kA t/ wb}$$

$$S_3 = S + 4\% S = S (1 + 0.04) = 1.04 S \text{ ( S section de surface physique = } 0.15 \cdot 0.05 \text{ m}^2 \text{)}$$

$$R_4 = \frac{l_4}{\mu \mu_0 S_4} = \frac{1.08}{1500 (4\pi 10^{-7})(0.09 \cdot 0.05)} = 127.3 \text{ kA t/ wb}$$

$$R_{\text{tot}} = R_1 + \frac{(R_2 + R_3) \cdot R_4}{R_4 + R_2 + R_3} = 127.3 + \frac{(24 + 40.8) \cdot 127.3}{24.0 + 40.8 + 127.3} = 170.2 \text{ kAt/wb}$$

- Le flux total dans la branche gauche du noyau

$$\Phi_{\text{gauch}} = \Phi_{\text{tot}} = \frac{F}{R_{\text{tot}}} = \frac{200 \cdot 2.0}{170.2} = 0.00235 \text{ wb}$$

- le flux dans les branches centrale et droite peut être trouvé par la règle de diviseur de flux " qui est analogue au diviseur de courant.

$$\Phi_{\text{centre}} = \Phi_{\text{tot}} \frac{R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{127.3}{24 + 40.8 + 127.3} * 0.00235 = 0.00156 \text{ wb}$$

$$\Phi_{\text{droite}} = \Phi_{\text{tot}} \frac{R_2 + R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{24.0 + 40.8}{24 + 40.8 + 127.3} * 0.00235 = 0.00079 \text{ wb}$$

Les densités de flux sont :

$$\beta_{\text{gauche}} = \frac{\Phi_{\text{gauche}}}{S_1} = \frac{0.00235}{0.09 \cdot 0.05} = 0.522 \text{ T}$$

$$\beta_{\text{centre}} = \frac{\Phi_{\text{centre}}}{S_2} = \frac{0.00235}{0.15 \cdot 0.05} = 0.208 \text{ T}$$

$$\beta_{\text{gauche}} = \frac{\Phi_{\text{gauche}}}{S_4} = \frac{0.00235}{0.09 \cdot 0.05} = 0.176 \text{ T.}$$

### Exercice n°6 :

1-

a- Linéaire pour :  $0 < H < 100 \text{ A/m}$

b- Perméabilité absolue  $\mu_a = 2 \cdot 10^{-3} \text{ SI}$

c-  $\mu_r = \frac{\mu_a}{\mu_0} = 1592 = 1600$

$$2- R = \frac{l}{\mu_a \cdot S} = \frac{0.05}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 0.5 \cdot 10^{-4}} = 0.5 \cdot 10^6 \text{ H}^{-1}, A_L \text{ (inductance spécifique)} = R^{-1} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ H}$$

ou  $2 \mu\text{H}$

$$3- L = A_L \cdot N^2 \Rightarrow L = 200 \mu\text{H.}$$

4- a- Quand on s'écart du matériau, la perméabilité  $\mu_0$  diminue ce qui fait croître la réluctance et diminuer le coefficient d'auto inductance L.

b- Etant proportionnel à la perméabilité du matériau, on en déduit que  $L_{\text{air}} = 200/1600 = 0.063 \mu\text{H.}$

$$5- \Phi = B \cdot S = 0.2 \cdot 0.5 \cdot 10^{-4} = 10^{-5} \text{ wb}; \Phi = N \cdot B \cdot S = 10^{-4} \text{ wb}$$

$$6- \text{Théorème d'Ampère : } Hl = NI \Leftrightarrow I_{\text{max}} = 100 \cdot 0.5 / 10 = 0.5 \text{ A.}$$

$$7- a- R_{\text{tot}} = R_{\text{fer}} + R_{\text{entrefer}} = 0.45 \cdot 10^6 + 15.92 \cdot 10^6 = 16.4 \cdot 10^6 \text{ H}^{-1}$$

$$b- L = N^2 / R_{\text{tot}} = 6.1 \mu\text{H}$$

c- Propriété des tubes de lignes d'induction : le flux s'y conserve ; la section étant constante , cela implique que l'induction est elle-même identique dans le tore et

dans l'entrefer :  $\beta_{\text{fer}} = \beta_{\text{entrefer}} = 0.2 \text{ T}$  au point maximal de  $\beta$  (H) ; donc ;  $H_{\text{fer}} = \beta_{\text{fer}} / \mu_a = 100 \text{ A/m}$  ; et  $H_{\text{entrefer}} = \beta_{\text{entrefer}} / \mu_0 = 0.2 / 4\pi \cdot 10^{-7} = 160 \cdot 10^3 \text{ A/M}$   
 Theo. Ampère :  $H_{\text{fer}} l_{\text{fer}} + H_{\text{entr}} l_{\text{entr}} = N I_{\text{max}} \Leftrightarrow 100 \cdot 0.024 + 160 \cdot 10^3 \cdot 0.001 = 10 I_{\text{max}}$   
 $\Rightarrow I_{\text{max}} = 16 \text{ A}$ .

d- Conclusion : l'entrefer accroît la valeur du courant maximal possible correspondant à la zone linéaire au détriment d'une diminution du coefficient d'auto-inductance de la bobine