

# الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة محمد بن احمد - وهران 02 -

كلية العلوم الانسانية و العلوم الاجتماعية

قسم الديموغرافيا

شعبة الديموغرافيا

طلبة السنة الاولى

ماستر تخصص ديموغرافيا

مقياس

## تقنيات سبر الآراء

من اعداد الأستاذة الدكتورة

بودية ليلي

السنة الجامعية: 2019-2020

فهرس

7-5	الفصل الاول : تحديد المفاهيم
7-5	1-المفاهيم الاساسية العامة
14-8	2-المفاهيم الخاصة للمعاينة
23-14	3-طرق جمع البيانات
	الفصل الثاني : النظريات الاحصائية للمعاينة
	1-توزيع المعاينة
	1-1 توزيع المعاينة للوسط الحسابي
	1-2-تباين توزيع المعاينة للمتوسط
	1-3- نوع توزيع المعاينة للمتوسط
	2- نظرية النهاية المركزية
	2-1 توزيع المعاينة للنسبة
	2-2المتوسط و الخطأ المعياري للنسبة
	2-3 نوع توزيع المعاينة لنسبة P في العينة
	2-4 توزيع المعاينة للفروق و المجاميع
	تمارين محلولة
	تمارين غير محلولة
	3- نظرية التقدير
	3-1 طرق التقدير
	3-1-1 التقدير النقطي
	3-1-2 التقدير بفترة
	الفصل الثالث : انواع العينات
	1- العينات العشوائية
	1-1 العينة العشوائية البسيطة
	1-2 تقدير معالم المجتمع
	1-3 تقدير تباين الوسط الحسابي للعينة العشوائية البسيطة
	1-4 الحد على الخطأ في التقدير
	1-5 تقدير النسبة في المجتمع
	1-6 اختيار حجم العينة
	2- العينة العشوائية الطبقية

	1-2 تقدير معالم المجتمع
	2-2 تباين و وسط العينة الطبقية
	3-2 الحد على الخطأ في التقدير
	4-2 تقدير نسبة صفة معينة في المجتمع
	5-2 اختيار حجم العينة
	3- العينة المنتظمة
	1-3 تقدير معالم المجتمع
	2-3 تباين و وسط العينة الطبقية
	3-3 الحد على الخطأ في التقدير
	4-3 تقدير نسبة صفة معينة في المجتمع
	5-3 اختيار حجم العينة
	4- العينة العنقودية
	1-4 العينة العنقودية ذات المرحلة الواحدة
	1-1-4 تقدير معالم المجتمع
	2-1-4 اختيار حجم العينة
	2-4 العينة العشوائية العنقودية ذات مرحلتين
	1-2-4 تقدير معالم المجتمع
	2-2-4 اختيار حجم العينة
	ب- العينات غير العشوائية

## مقدمة

ان عملية جمع البيانات و تحديد حجمها و انواعها و مصادرها و كيفية جمعها ثم تجهيزها و تصنيفها و تبويبها حتى تكون جاهزة للتحليل و استخلاص المؤشرات و النتائج اللازمة هي من بين المبادئ الاساسية لعلم الاحصاء و تتم بوفق حالتين التاليتين :

اولها: يتم جمع البيانات عن جميع مفردات الدراسة بمعنى انه يتم عملية حصر شامل لكل مفردات مجتمع الدراسة ثم يتم جمع البيانات و المعلومات عن كل مفردة من هذه المفردات جميعها وهذا ما يطلق عليه الحصر الشامل, وهذه الطريقة رغم انها دقيقة جدا و نسبة الخطأ فيها ضئيلة اذا توافرت الامكانيات العلمية لذى الباحث الا ان لها عيوب كثيرة و من اهمها ما يلي :

-تستنفد مجهودا كبيرا و تحتاج الى عمليات طويلة و مرهقة و من تم تستلزم وقتا طويلا قد يحول دون اظهار النتائج في الوقت المناسب

-تحتاج الى اموال كثيرة و سائل مادية و بشرية ضخمة. لذلك فهو في غالب الاحيان من مهمة الحكومات خاصة اذا ما كان يتعلق بدراسات السيسولوجيا.

اما الحصر الجزئي او جمع البيانات و المعلومات بطريقة العينات فيه يلجا الباحث لدراسة جزء معين او نسبة معينة من افراد المجتمع الاصلي ثم يقوم بعد ذلك بتعميم نتائج الدراسة على المجتمع كله من خلال ما يسمى باختبارات الفروض الاحصائية و يطلق على عملية اختيار الجزء من المجتمع للاستدلال على خصائصه كله اسم عملية المعاينة. و يستخدم اسلوب المعاينة في حالات كثيرة من اهمها:

-اذا كان المجتمع اكبر مما تسمح به امكانيات الباحث و المادية و المعنوية (نقص المال و الوقت و الوسائل الفنية و الخبرة و وجود الخرائط والوحدات الادارية و تسهيلات النقل و المواصلات و المستوى الثقافي و العلمي عند الافراد)

-اذا كان المجتمع متجانسا وفي هذه الحالة يكون الحصر الشامل ليس له معنى و يعتبر مجرد ضياع للوقت و المجهود و الامكانيات المادية و البشرية و الزمنية فدراسة العينة من مجتمع متجانس تؤدي الى نفس النتائج التي نحصل عليها من دراسة نفس المجتمع الاجمالي مثال: يكفي باختيار قطعة صغيرة من القماش بدلا من الثوب كله وذلك اذا كان هذا الثوب متجانس تماما.

- عند استحالة دراسة المجتمع كله خصوصا اذا كان المجتمع موضوع الدراسة مجتمعا ضخما بحيث يصعب او يستحيل حصره او كانت مفردات مجتمع الدراسة مجهولة .

طريقة اختيار العينات او ما يطلق عليها اسم طريقة المعاينة ليست مجرد اختيار واستخدام جزء من المجتمع بدلا من مجتمع كله ولكنها تحتوي على علم وفن وقياس دقة المعلمات الاحصائية وذلك عن طريق استخدام النظريات و المقاييس الاحصائية و الرياضية

### وصف المقرر وهدفه

يهدف هذا المقرر الى تعريف الطلاب سنة اولى ماستر بمحتوى سبر الآراء و أهمية تقنية العينة في دراسة ظاهرة ما من الظواهر التي اصبحت من الاولويات الهامة التي تعنى بالاهتمام من قبل الباحثين بحيث تعتبر مرحلة اساسية من مراحل البحث العلمي, و التي نود ان نعرف الطالب على كيفية انتقائها بطريقة علمية تسمح بتعميم نتائجها على مجتمع الدراسة و أي العينات افضل و أي العينات تقدم دقة كبيرة و باقل تكاليف ممكنة. ونهدف من وراء ذلك ايضا لتوفير مطبوعة كمرجع في اسلوب المعاينة يساعد الطلبة و الباحثين في العلوم الانسانية و الاجتماعية .

## الفصل الاول : تحديد المفاهيم لأسلوب المعاينة

يتناول هذا الفصل المفاهيم الاساسية و التعاريف التي تتعلق بالجوانب النظرية و التطبيقية في اسلوب المعاينة .

### 1- المفاهيم الاساسية العامة

#### مفهوم الاستدلال

ويقصد بوظيفة الاستدلال اشتقاق النتائج من دراسة و فحص المقدمات و البيانات المتوفرة عن ظاهرة معينة . و لهذا يطلق على العملية الاحصائية التي تستخدم الاستدلال على اساس المنطق الاستدلالي المبني على اساس نظرية الاحتمالات الرياضية فمن عينة محددة من اعمال احد المصانع و باستخدام اسلوب الاحصاء الاستدلالي يكون من الممكن التنبؤ بمعدلات الزيادة في الانتاج و مقدار التغير في نسبة الغياب وفي هذه الحالة نجد ان الدقة في التنبؤ تعتمد على عوامل كثيرة اهمها الادوات الاحصائية المستخدمة و حجم العينة محل الدراسة و الاجراءات الاحصائية التي اتخذت عند اختيارها<sup>1</sup>.

وللاستقراء مكانة هامة في البحث العلمي لأنها تمكن الباحث من الوصول الى تعميمات عن المجتمع على اساس المعلومات المتاحة من عينة منه و من هنا تأتي وظيفة الاستقراء فهي تمكننا من وصف المجتمع أي التعميم باستخدام بيانات العينة .

#### الاحصاء الاستدلالي

ان الاحصاء الحديث يهتم بالنظرية و المنهجية لاستخلاص النتائج و التي تتجاوز مجموعة البيانات الخاصة التي تم فحصها.

فمثلا: افرض ان جهة عمومية معينة , كدائرة الاحصاءات العامة, اختارت عينة من 500 عائلة بصورة عشوائية من مدينة معينة و بناء على البيانات التي تم جمعها عن هذه العائلات قامت بتصنيف نسبة معينة من هذه العائلات بانها تعيش حالة فقر<sup>2</sup>

بلقاسم سلاطينية, حسان الجلالي (2004), منهجية العلوم الاجتماعية , دار الهدى لطباعة , عين ميلة, الجزائر ص 9<sup>1</sup>  
سالم عيسى بدر , 2010 مبادئ الاحصاء الوصفي الاستدلالي, دار المسيرة لنشر و التوزيع و الطباعة , الطعة الثانية<sup>2</sup>

افتراض الان ان دائرة الاحصاءات هذه استمرت في عملها لأبعد من ذلك و اعتمادا على الحسابات التي قامت بها للبيانات التي جمعتها, استخلصت النسبة المئوية للعائلات التي تعيش في حالة فقر في تلك المدينة, ان تقدير النسبة المئوية لكل العائلات في المدينة هي موضوع الاحصاء الاستدلالي.

ان النظرية الاحتمالات توفر الاساس للتعميم من عينة البيانات التي تم جمعها و دراستها من اجل استنتاج و التعميم حول كل عائلات المدينة. فالإحصاء الاستدلالي اذا يتعلق بعملية الاستدلال حول خصائص المجتمع من العينة, بمعنى انه يهتم بعمل استنتاجات من العينة حول المجتمع الذي سحبت منه تلك العينة. و عليه فان طرق الاحصاء الاستدلالي تمكن الباحثين من فهم خصائص المجتمع من خلال العينة.

### المجتمع الإحصائي و الوحدة الإحصائية

يعرف المجتمع الإحصائي على اساس انه جميع العناصر تحت الدراسة اي "هو مجموع الوحدات الإحصائية التي تقع عليها الدراسة الإحصائية"<sup>33</sup> مثال : اجراء عملية احصائية حول النفقات اليومية للعائلات في بلد ما , فان المجتمع الإحصائي هو مجموع العائلات الموجودة في هذا البلد, و الوحدة الإحصائية هي العائلة الواحدة, فالوحدة الإحصائية هي العنصر الاولي محل الدراسة الإحصائية, او هي القيمة المادية او المعنوية التي تقع عليها الدراسة الإحصائية.

**المتغير الإحصائي :** يشير المتغير الى الصفة التي تتميز بها المجتمع الإحصائي مثل اطوال الاشخاص , الاوزان, او درجات الطلاب في الامتحان , الجنس ,.....و هي نوعان:  
-المتغيرات الكمية : و هي صفة كمية اذا كانت قابلة للقياس عن طريق وحدة من وحدات القياس. وقد تكون وحدات القياس اشياء معدودة كعدد الطلبة او العائلات مثلا, او وحدات قياس طبيعية او فزيائية سواء كانت بسيطة كالكيلوغرامات و المتر و قد تكون وحدات نقدية كالدينار. ونجد نوعين من المتغيرات الكمية وهما

1-المتغيرات الكمية المنفصلة: وهي تلك التي تأخذ قيما صحيحة لا يمكن تجزئتها مثل: عدد الاطفال في العائلة, عدد الغرف...الخ.

الدكتور محمد راتول, 2009, الاحصاء الوصفي, ديوان المطبوعات الجامعية, بن عكنون, الجزائر الطبعة الثالثة .<sup>33</sup>

2- المتغيرات الكمية المستمرة: هي التي تأخذ كل القيم الممكنة لمجال الدراسة. ونظرا للعدد غير المنتهي لهذه القيم نقسم مجال الدراسة الى مجالات جزئية تسمى فئات<sup>4</sup>

المتغيرات النوعية: وهي المتغيرات التي تصف الظاهرة المدروسة بشكل غير رقمي. تدل على صفة او نوع مثال الجنس: ذكور, اناث او المستوى التعليمي او حالة عائلية .

### الحصر الشامل (التعداد)

هو عمل احصائي منظم مبني على اسس علمية و الذي يقوم على مبدا الشمول كل مفردات او وحدات المجتمع بعملية جمع البيانات و اخضاعها للمشاهدة الاحصائية.

### المسح الجزئي

هو عمل احصائي منظم مبني على اسس علمية , و الذي يقوم على مبدا شمول جزء من المجتمع الاحصائي (عدد من مفرداته), وتختار المفردات اعتمادا على احد اساليب المعاينة الاحتمالية , بحيث تقبل تعميم نتائج المسح الجزئي على المجتمع الاحصائي الكلي بمستوى معين من الدقة<sup>5</sup>.

### الاختيار العشوائي

هي عملية اختيار المفردات من المجتمع الاحصائي بطريقة تبعد أي تحكم شخصي للتدخل في اختيار او استبعاد أي مفردة من مفردات المجتمع, مع ضمان اعطاء فرصة متساوية للمفردات كافة لان تظهر في العينة المنتقاة.<sup>6</sup>

جلاطو جيلالي, 2002, الاحصاء مع تمارين محلولة , ديوان المطبوعات الجامعية, الجزائر الصفحة 6<sup>4</sup>

معجم المصطلحات الاحصائية, 2005 , المعهد العربي للتدريب و البحوث الاحصائية<sup>5</sup>

د مهدي العلاق, الاساليب الاحصائية في ميدان التطبيق, 2001, طبعة الاولى<sup>6</sup>



## 2- مفاهيم الاساسية للمعاينة

### العينة

جزء من المجتمع الاحصائي يتم اختياره وفق اساليب المعاينة الاحصائية و يشترط ان تكون ممثلة للمجتمع الذي تقوم عليه الدراسة, و لكي تكون العينة ممثلة للمجتمع يجب ان تتضمن خصائص المجتمع بشكل يمكننا تعميم نتائجها لتقدير معالم المجتمع الاحصائي.<sup>7</sup>

قد طور بيرنولي و بواسون و لابراس نظرية العينات وفي عام 1908 صدرت اعمال ستيودانت التي لعبت دورا كبيرا في تطور نظرية العينات الصغير , كما ازداد تطورها بعد الحرب العالمية الثانية بهدف ضبط اقتصاد الدول المتحاربة, حتى اصبحت نظرية العينات من اشهر النظريات اتساعا خاصة في نطاق العلوم الاجتماعية و النفسية<sup>8</sup>

### اسلوب المعاينة

هو اسلوب يستخدم لاختيار مفردات من المجتمع و اخضاعها للعمل الاحصائي, بحيث تكون النتائج التي يتم التوصل اليها بناء على معطيات العينة تمثل مؤشرات المجتمع المراد تقديرها.

### المعاينة النفاذية

تكون المعاينة نفاذية عندما يكون السحب بدون ارجاع لان المجتمع يتناقض مع تكرار و مواصلة السحب , اذ يستحيل ان تظهر مفردة في العينة اكثر من مرة , وفي هذه الحالة لا تكون نتائج البحث مستقلة.

### المعاينة غير النفاذية

هي تلك المعاينة التي يكون فيها السحب مع الارجاع و تسمى غير نفاذية لأنها لا تؤدي الى النفاذ وزوال مفردات المجتمع, كما ان المفردة يمكن ان تظهر اكثر من مرة في العينة وهنا تكون متغيرات العينة مستقلة ولها نفس التوزيع.

### اطار المعاينة

معجم المصطلحات الاحصائية, مرجع ذكر سابق ص 19<sup>7</sup>

رجاء وحيد دويدري ص 304<sup>8</sup>

يعرف الاطار انه صيغة مناسبة تحدد الملامح الرئيسية (اسم , العنوان....) لكل وحدة او مفردة من وحدات المجتمع الاحصائي الذي سبق تعريفه. فقد يكون الاطار قائمة مكتوبة , على شكل قوائم عادية او خرائط مناسبة.

### تصميم العينة

هي عملية اختيار التركيب المناسب من عدة انواع من العينات للوصول الى العينة التي تحقق النتائج المرجوة.<sup>9</sup>

### وحدة المعاينة

هي المفردة او الوحدة التي تشكل عنصرا في المجتمع الاحصائي الذي يخضع لعملية العد او عملية المعاينة , أي هي الوحدة التي تجمع عنها البيانات او المعلومات الاحصائية المطلوبة<sup>10</sup>.

### معالم المجتمع

المقاييس الاحصائية مثل المتوسط و التباين و الانحراف والنسبة تمثل بعض معالم المجتمع محل البحث و قد تم استنتاجها و حسابها من القياس الكمي لجميع مفردات المجتمع بلا استثناء<sup>11</sup>. ويمكن معرفة معالم المجتمع فقط من خلال الحصر الشامل لجميع مفرداته و من المعقول ان هذا ليس متاحا في كل الاوقات و الظروف لهذا نلجأ لتقدير قيم معالم المجتمع عن طريق العينات.

### احصاءات العينة

يعتبر تقدير معالم المجتمع احدى اهداف الاساسية من المعاينة . فالمجتمع أيا كان نوعه محدود او غير محدود , موجود بصورة محددة او بصورة غير مفتوحة (مثل مجتمع الحيوانات في الغابات او الاسماك في البحار) يتكون من مجموعة من القياسات الكمية التي لو تمت معرفتها لجميع المفردات لامكن حساب معالم المجتمع الحقيقية على وجه الدقة. و لكننا نستخدم العينة في الاستدلال عن قيم هذه المعالم من

<sup>9</sup> معجم المصطلحات الاحصائية, مرجع ذكر سابق, ص 17

<sup>10</sup> معجم المصطلحات الاحصائية ص 8

<sup>11</sup> الدكتور جلال مصطفى الصياد و الدكتور جلال مصطفى, (1990), مقدمة في طرق المعاينة الاحصائية, الطبعة الاولى, المملكة العربية السعودية.

خلال بعض المقاييس الاحصائية التي يتم حسابها من القياسات الكمية لمفردات العينة. وهذه المقاييس نطلق عليها احصاءات العينة<sup>12</sup>.

**خطأ المعياري:** هو عبارة عن جذر التربيعي لتباين العينة المقدر . وتباين العينة هو عبارة عن متوسط مربعات الفروق ما بين قيم وحدات العينة و قيمة المتوسط الحسابي لتلك الوحدات.<sup>13</sup>

**خطأ العينة:** هو الفرق بين تقديرات العينة و معلمات المجتمع الحقيقية , و كلما كان اختيار العينة جيدا كلما قل الخطأ العينة و أصبحت اكثر تمثيلا للمجتمع.<sup>14</sup>

### قواعد المعاينة

قبل البدء في اختيار نوع العينة او تحديد حجمها او سحب مفرداتها من المجتمع فان على الباحث ان يلم بمجموعة من القواعد الاساسية التي تساعد في توجيه العينة وجهة موضوعية , ومن بين هذه القواعد الهامة ما يلي:

#### 1- تحديد و تعريف المشكلة بصدد الدراسة

يجب على الباحث قبل التفكير في العينة تحديد المشكلة التي تواجه البحث كما يجب عليه ان يحدد تعريفا واضحا و محددًا للمشكلة و تصوره للأجزاء التي ستبحثها الدراسة و الجزء التي لن يتعرض لها وهذا ما نسميه بمحددات الدراسة.

يجب معرفة : ماذا نبحث؟ / ما هي المشكلة اساسا ؟ / ما هي المعلومات التي نرغب في الحصول عليها من المجتمع؟

#### 2- تحديد و تعريف المجتمع موضع المعاينة

يبدأ الباحث بتحديد المفردات في داخل اطار فكلما كان الاطار متكاملًا و سليما و حديثًا و شاملا لكل مفردات مجتمع الدراسة كلما امكن الحصول على معلومات و نتائج على درجة كبيرة من الدقة و الموضوعية. وهذا لا يتم الا بتحديد الدقيق لمفردات المجتمع محل الدراسة.

<sup>12</sup> الدكتور جلال مصطفى الصياد و الدكتور جلال مصطفى نفس المرجع السابق.

<sup>13</sup> د.مهدي العلاق و د عدنان شهاب حمد 2001 الاساليب الاحصائية في ميدان التطبيق ص 120.

<sup>14</sup> د مهدي العلاق و د عدنان شهاب حمد نفس المرجع السابق ص 121

### 3- تحديد البيانات المطلوب جمعها

يجب على الباحث معرفة البيانات لتحليل المشكلة و البدء بعمل مسح شامل لكل المفردات المعنية بجمع البيانات المتعلقة بالبحث, ومع جمع كل المعلومات المرتبطة بالدراسة و تبويبها يطرح الباحث استفسارات لازمة لتحليل هذه البيانات و اذا لم تستطع البيانات المتجمعة الاجابة عن هذه الاستفسارات يقتضي على الباحث تجميع هذه الاستفسارات و المعلومات من مصادرها عن طريق المعاينة.

### 4- تحديد اطار المعاينة

يجب تحديد اطار يحتوي على وحدات المعاينة في ضوء البيانات المطلوب جمعها و يشمل على كل البيانات التفصيلية التي تساعد على اختيار أي نوع من العينات كما يساعد هذا الاطار للباحث على تحديد الموقع الجغرافي و المكاني للمفردات العينة. وهذا الاطار يمكن ان يكون في صورة قوائم تفصيلية تضم جميع مفردات الدراسة او خزائن جغرافية تحدد مواقع سحب العينات .

### 5- اجراء اختبار استطلاعي

يجب اختيار عينة تجريبية من المجتمع بهدف اختيار استمارة الاستقصاء, و يمكن الاستفادة من هذه لعينة الاختيارية في تقدير حجم العينة الذي يحقق درجة الدقة المطلوبة.

### 5- اختيار حجم و نوع العينة

يتم اختيار نوع العينة التي تساعد على تحليل المشكلة بأكبر كفاءة ممكنة و تحدد درجة الكفاءة في اختيار العينة طبقا لمقاييس عديدة من اهمها ما يلي:

-ان تكون العينة كافية لتمثيل المجتمع كله بحيث تجمع خصائص المفردات المهمة في المشكلة موضع الدراسة

-ان تكون حجم العينة كافيا لتمثيل المجتمع حتى تمون تقديرات العينة دقيقة و محققة لغرض البحث

-ان تسمح طريقة اختيار العينة بحساب مقاييس لتقدير اخطاء المعاينة

-ان تكون لمفردات المجتمع فرصا متساوية لتقدير اخطاء المعاينة

-ان تكون تقديرات العينة دقيقة بالنسبة للوقت و الجهد و التكاليف

-ان تكون اخطاء التحيز و العشوائية اقل ما يمكن.

### تنظيم العمل الميداني

اذا تقرر دراسة وحدات المعاينة التي تم اختيارها بالعينة من خلال الدراسة الميدانية فيجب تنظيم العمل الميداني بصورة تكفل نجاح الدراسة بالحصول على افضل المعلومات و القياسات من وحدات المعاينة. فيجب اختيار افراد لجمع البيانات بالصورة المناسبة و اعدادهم مسبقا لهذه المهمة من خلال التدريب الجيد على طرق جمع لبيانات و طرق القياس مفردات الدراسة.

ان دقة النتائج و التقديرات و القياسات التي نحصل عليها تتوقف على مدى الجهد المبذول في هذه المرحلة و على الاعداد الجيد و المراقبة و المتابعة المستمرة و التقييم المناسب لجامعي البيانات و ما يحصلون عليه من معلومات .

-مرحلة التحليل :وهي المرحلة الاخيرة تشمل على:

-مراجعة البيانات التي تم الحصول عليها و تقييمها و تحديد مدى صلاحيتها و درجة الدقة فيها.

-البدئ في تبويب هذه البيانات باستخدام الاجهزة الحديثة .

-تحليل البيانات المبوبة و تقدير معالم المجتمع

-وضع حد الخطأ في تقدير هذه المعالم.

هذه هي اهم القواعد التي يجب اتباعها لطرق المعاينة و سوف نتطرق فيما يلي لأنواع العينات المستخدمة في العلوم الانسانية و الاجتماعية بصفة خاصة و البحوث العلمية الاخرى بصفة خاصة.

### انواع العينات

ان طبيعة العينة المستخدمة في أي بحث انما تعتمد اعتمادا كبيرا على طبيعة البيانات المطلوبة و نوعية البحث و المجتمع المراد دراسته و امكانية الباحث المادية و البشرية و الزمنية.

يمكن تقسيم العينات في البحوث بصفة عامة الى نوعان اساسيان

## أ- العينات الاحتمالية العشوائية

وفيها يعتمد الباحث على العشوائية و نظريات الاحتمالات لاختيار وحدات العينة المدروسة و ليس في هذا النوع من العينات الاحتمالية أي تدخل و انما كل الوحدات الاحصائية لها فرص و احتمالات ربما تكون متساوية لجميع مفردات المجتمع محل البحث في ان تظهر في العينة أي ان احتمال الظهور أي مفردة من مفردات المجتمع في العينة معلوما مقدما .

وتقدم لنا بعض نظريات العينات و بعض نظريات الاحصائية القواعد المختلفة لهذا النوع من المعاينة بحيث يمكن تقدير معالم المجتمع من نتائج العينة بالأسلوب العلمي الصحيح الذي يضع قواعد واضحة للاستدلال الاحصائي, مع تقدير اخطاء المعاينة. ويدخل ضمن نطاق هذا النوع من العينات ما يلي:

-العينة العشوائية البسيطة او المطلقة

-العينة العشوائية المنتظمة او المطلقة

-العينة العشوائية الطبقيّة

-العينة العشوائية العنقودية

## ب- العينات غير الاحتمالية او غير العشوائية

وهذا النوع من العينات لا يعطى احتمالات متساوية وفرصا متكافئة لجميع مفردات المجتمع في اختيار في العينة وفيها تعتمد الوحدات المنتقاة للدراسة على حسيّة الباحث ودرائته بالمجتمع قيد البحث الى درجة كبيرة بالظروف التي تحيط بذلك المجتمع و التي تحتم الاختيار وحدات بعينها دون غيرها . وهذا النوع من المعاينة شائع الاستخدام بدرجة كبيرة في بحوث الراي العام .وعلى الرغم من ان العامل الشخصي في اختيار مفردات العينة هو عامل اساسي , ورغم ان هذا النوع من المعاينة ليس له من الاساس الاحصائي و العلمي ما يمكننا من تعميم نتائجه الا ان هناك بعض الظروف العلمية التي قد تبرر استخدامه<sup>15</sup>

ومن اشهر العينات لهذا النوع من المعاينة ما يلي:

-العينات الصدفيّة

-العينات العمدية او العينات القصدية

## العوامل المؤثرة في اختيار العينة

-مستوى درجة الدقة و الثقة

-مستوى درجة التعميم

-مدى التجانس و التباين في المجتمع الاصلي

-حجم المجتمع الاصلي لدراسة<sup>16</sup>

## 2- طرق جمع البيانات

توجد عدة طرق تستعمل لجمع البيانات , و يمكن للباحث اختيار الاداة المستخدمة لذلك, فمثلا الحصول على معلومات حول مؤسسة ما يمكن استجواب صاحبها مباشرة او من خلال بيانات المؤسسات الاحصائية في الديوان الوطني للإحصاء او مديرية الضرائب وهنا نتحدث عن المصادر المباشرة و غير المباشرة في جمع البيانات. و يمكن استخدام الهاتف او الفاكس او التلكس او المقابلة الشخصية كطرق لجمع البيانات. ومن ابرز الوسائل في جمع البيانات نجد الاستمارة الاحصائية و المقابلة و الملاحظة .

### 1- الاستمارة الاحصائية

#### -تعريفها

هي مجموعة من الاسئلة التي تتم الاجابة عليها من قبل المبحوث بدون مساعدة الباحث الشخصية او من يقوم بمقامه.

مجموعة من الاسئلة المرتبة حول موضوع معين يتم وضعها في استمارة ترسل الى اشخاص المعنيين باليد او البريد تمهيدا للحصول على الاجوبة المرغوبة<sup>17</sup>

#### قواعد تصميم الاستمارة

<sup>16</sup> رجاء وحيد دويدري (2000) ص306

<sup>17</sup> رجاء وحيد دويدري (2000) ص315.

## أ- قواعد عامة لصياغة الأسئلة

- أن تكون الأسئلة قصيرة لا تحتاج إلى وقت طويل في الإجابة
- تجنب وضع الأسئلة غير المهمة أو السطحية
- لا داعي لطرح أسئلة يمكن الحصول عليها من السجلات أو الوثائق.
- أن تكون الأسئلة لها علاقة بموضوع الدراسة
- أن لا توهي الأسئلة للمبشرين بإجابة معينة
- أن يكون موضوع الأسئلة معروف لدى المبحرين
- أن تكون اختيارات الإجابة واضحة
- التدرج في وضع الأسئلة من العام إلى الخاص
- صياغة الأسئلة بطريقة يسهل تفريغها و استخلاص نتائجها.

## ب- قواعد تتعلق بصياغة الأسئلة

- كل سؤال يعالج نقطة واحدة
  - عدم احراج المبحوث
  - وضع أسئلة ذات طابع كمي دقيقة و مباشرة
  - وضع أسئلة قصيرة و مترابطة
  - وضع جميع الاختيارات الإجابة مع وضع اختيار إجابة أخرى
  - وضع أسئلة ترتبط إجابتها بإجابات أسئلة أخرى من الأسئلة.
- ## ج- خطوات تصميم الأسئلة أثناء تصميم الأسئلة يجب مراعاة مايلي
- تحديد نوعية المعلومات المطلوبة



-تحديد الجهات التي ستوزع عليها الاستثمار

-تحديد نوع الاسئلة (مغلقة او مفتوحة)

-وضع مسودة اولية للاستثمار

اعادة فحص و تعديل الاستثمار

-تعريف المصطلحات و المفاهيم المستعملة

-اجراء اختبار مبدئي للاستثمار

-وضع مخطط زمني للقيام بجمع المعلومات عن طريق الاستثمار .

**محتويات الاستثمار: الاستثمار الجيدة تحتوي على**

-مقدمة: توضح فيها التعريف بالبحث و الدراسة, توضح الغرض العلمي للاستثمار, و نوع المعلومات التي يحتاجها الباحث, تشجيع المبحثن على الموضوعية و الصراحة.

-فقرات الاستثمار: و تشمل اسئلة الاستبيان ومع الاجابة التي توضع امام كل فقرة باختيار الاجابات التي يراها مناسبة<sup>18</sup>

**مزايا الاستثمار**

-قلة التكاليف

-تطلب مهارة اقل من المقابلة

-يسهل وصولها الى اكبر عدد من الناس

قد يعطي المبحوث معلومات حساسة لا يستطيع ان يقولها مباشرة

توافر فيها ظروف افضل لتقنين المعلومات من خلال صياغة الاسئلة و مضمونها.

-تستخدم في البحوث التي تحتاج الى بيانات حساسة و محرجة.

---

<sup>18</sup> عمار بحوش

## عيوب الاستمارة

قد لا تعود الاستمارة اتي تذهب عن طريق البريد

يصعب استخدامها في المجتمعات ذات المستوى الدراسي المحدود

صعوبة فهم بعض الاسئلة من طرف المبحوث

التحيز في الاجابة نتيجة ان بعض الاشخاص يهتمم البحث فتكون اجاباتهم تعبر عن فكرة معينة<sup>19</sup>

### ب-المقابلة

**تعريفها:** محادثة يقوم بها الباحث مع الطرف الاخر, بهدف حصوله على انواع من المعلومات

لاستخدامها في البحث العلمي او الاستعانة بها في عمليات التوجيه و التشخيص و العلاج<sup>20</sup>

او هي تفاعل لفظي يتم عن طريق موقف مواجهة , يحاول فيه القائم بالمقابل ان يستشير المعلومات او

المعتقدات المبحوث للحصول على البيانات الموضوعية.<sup>21</sup>

**شروط المقابلة:** يمكن تحديد شروط المقابلة في ما يلي :

-تبادل لفظي بين شخصين الباحث و المبحوث

-تتم في موقف واحد بين القائم بالمقابلة و المبحوث

-يكون لها هدف واضح في مخطط الدراسة

-يتم فيها تحديد مكان و زمان المقابلة

-تتم في جو مريح, و يمهد لها الباحث بحديث ودي و قصير

-يجب ان تكون الاسئلة المطروحة واضحة و قصيرة

يتم تسجيل البيانات في بطاقات او استمارات مقننة

<sup>19</sup> عمار بحوش مرجع سبق ذكره ص 74.

<sup>20</sup> رشيد زرواتي, 2002 تدريبات على منهجية البحث العلمي في العلوم الاجتماعية طبعة الاولى دار هومة لنشر.

<sup>21</sup> رجاء وحيد دويدري

-ان يكون مظهر المقابل مناسب و لديه فكرة عن الافراد و الجماعات التي تجري معهم المقابلة<sup>22</sup>

**اسلوب اجراء المقابلة :** لإجراء المقابلة يتبع الباحث ما يلي:

-التدرج في طرح الاسئلة

-البدء بالأسئلة التي تثير المبحوث ثم المتخصصة ثم الأكثر تخصصا لتكوين علاقة ودية مع المبحوث.

-يجب استعمال اللغة السهلة و البسيطة و المفهومة

-يجب ان يتحلى الباحث بالمرح و البشاشة لتشجيع المبحوث عن التكلم بطلاقة

-يجب احترام اراء المبحوث

-مراعاة ظروف المبحثن الصحية و النفسية و العلمية

-يتعين على الباحث ان يكتسب ثقة المبحوث و يكون متمسكا بزمام المقابلة و ادارتها بشكل جيد<sup>23</sup>.

### مقومات نجاح المقابلة

-اعلام المبحوث بطبيعة الدراسة و تشجيعه على التعاون عن طريق الاجابة عن الاسئلة

-الصراحة مع المبحوث

-وضوح الغرض من المقابلة

-صياغة الاسئلة بصورة جيدة و تحديد اطار المناقشة

-تدريب الاشخاص المقابلين و المساعدين.

-مراعاة المقاييس العلمية عند اختيار العينة و اعلام المبحثن بتسجيل المقابلة اذا كانت مسجلة<sup>24</sup>

### مزايا المقابلة

-تساعد الباحث في شرح الاسئلة و تقلل من الاخطاء خاصة اذا كان الباحث محايدا

<sup>22</sup> عمار بوحوش و محمود ذنبيات

<sup>23</sup> عمار بوحوش و محمود ذنبيات

<sup>24</sup> عمار بوحوش و محمود الذنبيات

-مفيدة اذا كان المبحوث لا يقرأ و لا يكتب

-امكانية الباحث الحصول على معلومات إضافية

- تزيد في نسبة الاجابة

-افضل وسيلة لاختبار و تقييم الصفات الشخصية

-يمكن للباحث اكتشاف التناقض في الاجابات المبحوث و مراجعته

-يمكن استخدام المقابلة مع الملاحظة في نفس الوقت

### عيوب المقابلة

-تحتاج الى وقت و جهد كبيرين من الباحث

صعوبة الوصول الى بعض الاشخاص ذوي المناصب الحساسة

تتأثر بالحالة النفسية للباحث و المبحوث

قد تقل المصدقية لان المبحوث يهدف الى الظهور بشكل لائق امام الباحث

-يعتمد نجاحها على رغبة المستجوب في الحديث و قدرته على التعبير

-قد يخطا الباحث في ادراج المعلومات الدقيقة حول الموضوع او قد تفوته بعض الكلمات.

-قد يمتنع المبحوث عن الاجابة عن بعض الاسئلة الحرجة او التي تسبب له ازعاجا فيما بعد<sup>25</sup>

### ج-الملاحظة

تعريفها: توجيه الحواس و الانتباه الى ظاهرة معينة او مجموعة من الظواهر رغبة في الكشف عن

مكوناتها او خصائصها بهدف الوصول الى معرفة جيدة<sup>26</sup>

<sup>25</sup> عمار بحوش و محمود الذنبيات مرجع سابق ص77-78

<sup>26</sup> نانل حافظ العواملة 1995 اساليب البحث العلمي و تطبيقاته في الادارة ص 130

عملية مراقبة و مشاهدة لسلوك الظواهر و المشكلات و الاحداث و مكوناتها المادية و البيئية و متابعة سيرها و اتجاهاتها و علاقتها بين المتغيرات او توجيهها لخدمة اغراض الانسان و تلبية احتياجاته.<sup>27</sup>

**شروط الملاحظة العلمية:** لتكون الملاحظة علمية مميزة عن الملاحظة العابرة يجب ان تتميز ب:

-ان تكون منظمة و مضبوطة

-تتصف بالموضوعية

-ان تكون دقيقة كما و كيفا

-ان يكون الملاحظ مؤهلا للملاحظة

-سرعة التسجيل لان الاعتماد على الذاكرة غير مضمون

-التخطيط للملاحظة بخطة علمية دقيقة

-الاستعانة بالوسائل و الادوات للمساعدة على دقة الملاحظة و ضبطها<sup>28</sup>

**خطوات تطبيق الملاحظة:** لنجاح الملاحظة يجب اتباع الاجراءات التالية:

-تحديد الهدف الدراسة

-تحديد مجال الملاحظة من خلال توضيح مكانها وزمانها وفقا لأهداف الدراسة

-التأكد من صدق الملاحظة

-تسجيل ما يلاحظه اثناء الملاحظة للحصول على صورة واقعية<sup>29</sup>

**مميزات الملاحظة العلمية تتميز الملاحظة العلمية بما يلي**

-الانتباه وعدم التحيز

-الاحساس: سلامة الحواس و تفسير الاحاسيس للوصول الى الحقائق

<sup>27</sup> رجاء وحيد دويدري مرجع سابق ص 318

<sup>28</sup> نفس المرجع ص 319

<sup>29</sup> نفس المرجع ص 320.

-الادراك: تفسير الاحساس في ضوء الخبرة السابقة و المقولات المنطقية و ما الملاحظة الا خدمة  
للادراك<sup>30</sup>

### مزايا الملاحظة

-تتميز بدقة المعلومة: ملاحظة الظواهر في ظروفها الطبيعية

-تتميز بدقة التسجيل

-يمكن اجراءها على عدد قليل من المبحثن

-لا تعتمد كثيرا على الاستنتاجات

### عيوب الملاحظة

-تغير المبحثن لسلوكهم اذا شعروا بإجراءات الملاحظة

-يمكن ان تستغرق وقتا طويلا وجهدا كبيرا

-تتأثر بتحيز الباحث

-قد تظهر حوادث عفوية أثناء التسجيل الملاحظة تتأثر بالعوامل خارجية و حالة الطقس أو حوادث

اخرى<sup>31</sup>

### مصادر الأخطاء في العينات<sup>32</sup>

ان الأخطاء التي يقع فيها الباحث عند استخدام أسلوب المعاينة كأسلوب لجمع البيانات تسمى أخطاء  
المعاينة الكلية و يمكن تقسيمها الى نوعين من الأخطاء:

-خطأ المعاينة العشوائي

-خطأ التحيز

**خطأ المعاينة العشوائي عند اختيار العينة العشوائية هناك خطأ ينتج عن :**

<sup>30</sup> عمار بحوش و محمود ذبيبات مرجع سابق ص83.

<sup>31</sup> رجا و حيد دويدري مرجع سابق ص 322.

<sup>32</sup> طلعت همام 1984 مناهج البحث العلمي الطبعة الاولى دار عمار عمان الاردن ص104..

-الاختلاف أو التشتت بين قيم الوحدات التي تتكون منها العينة ' تلك الوحدات لم تشأ الصدفة ان ندخلها في العينة و هذا الخطأ يسمى خطأ المعاينة العشوائية.

ان حجم المتوسط لأخطاء المعاينة يعتمد على

-حجم العينة

-مدى تشتت مفرداتها

-طريقة اختيار الوحدات

### الحد خطأ المعاينة العشوائي

-زيادة حجم العينة

-طريقة الاختيار المناسب التي تقلل من اختلاف قيم الوحدات الاحصائية

-يمكن ان نقدر خطأ المعاينة اذا قدرنا معالم المجتمع بحساب الانحراف المعياري لمتوسطات العينات الممكنة الذي يسمى بالخطأ المعياري و نستخدمه للحكم على دقة الوسط الحسابي في المعاينات العشوائية و تقدير حجم العينة.

### أخطاء التحيز و أنواعها

-عند استخدام أسلوب المعاينة لتقدير معالم المجتمع فان متوسط جميع التقديرات المسحوبة باستخدام مقدر معين للعينات الممكنة يجب أن يساوي قيمة المعلمة الحقيقية التي نقوم بتقديرها وفي حالة وجود فرق , فان هذا الفرق يسمى بخطأ التحيز.

-و يعرف خطأ التحيز انه انحراف متوسط جميع تقديرات معلمة المجتمع للعينات الممكنة عن القيمة الحقيقية لهذه المعلمة و يتصف التحيز بانه ثابت القيمة و توجد صعوبة في التقليل و التخلص منه

-ان خطأ التحيز لا يقل اذا زاد حجم العينة بينما نجد خطأ المعاينة العشوائي يقل.

انواع خطأ التحيز: هناك ثلاثة انواع من خطأ التحيز

1-خطأ التحيز في الاختيار : وهو

- الاختيارغير العشوائي للعيينة
- اعتماد في طريقة اختيار العينة على خاصية معينة مثل اعتماد على دليل الهاتف( عند دراسة الدخل و الانفاق)
- التحيز المقصود (تعمد ادخال بعض الوحدات)
- استبدال وحدة احصائية بوحدة اخرى غير مدرجة في اطار
- عدم التمكن من استكمال جميع الاستمارات
- التقيل من أخطاء التحيز الناتجة من الاختيار**
- اختيار جميع وحدات العينة عشوائيا باستخدام احدى طرق الاختيار العشوائي
- عدم استبدال اي وحدة تم اختيارها بوحدة أخرى
- استكمال الاجابات لجميع الاسئلة
- اجراء البحث التجريبي (العينة الاستطلاعية) لكشف التحيز المقصود و غير المقصود
- تدريب الباحثين على جمع البيانات و التقيد بالتعليمات.
- 2-خطأ التحيز في التقدير:** وهو الخطأ الذي يقع فيه الباحث عند طريقة التقدير أو طرق التحليل المناسبة
- 3-خطأ التحيز الناتج عن تعريف الخاطئ لوحد المعايينة:** عندما يقوم الباحث بتحديد وحدة المعايينة يجب تعريفها تعريفا واضحا بشكل يقلل من أخطاء التحيز التي تنتج اذا كانت الوحدة غير معرفة تعريفا واضحا
- 4-أخطاء اخرى شائعة في العينات :** أهمها ما يلي
- أخطاء عدم الاستجابة
- أخطاء التوبيب و معالجة البيانات
- أخطاء الطباعة
- أخطاء تفسير النتائج



## الفصل الثاني : النظريات الاحصائية للمعاينة

1- توزيعات المعاينة

2- نظرية النهاية المركزية

3- نظرية التقدير

## 1- توزيع المعاينة

### تمهيد

يقوم الباحث باختيار الاسلوب المناسب للعينة العشوائية و تحديد المقياس او المقاييس التي سيتم دراستها في العينة , وذلك بدراسة الخاصية او الصفة التي تتعلق بالعينة من اجل الاستدلال من خلالها على خاصية او صفة معينة تقابلها في المجتمع التي اخدت منه تلك العينة, وهذه الاخيرة هي الفكرة الاساسية التي يقوم عليها الاحصاء الاستدلالي و في هذا الفصل سيتم تطرق لبعض المقاييس التي تتصف بها العينة كالمتوسط الحسابي و الانحراف المعياري و النسبة و الاسترشاد من خلالها على مقاييس المقابلة لها في المجتمع الى نوع التوزيع لكل منها.

توزيع المعاينة هو قيم احصائية محسوبة ( متوسط الحسابي- تباين او النسبة ...) لكل عينة من العينات العشوائية التي لها نفس الحجم, و التي يمكن سحبها من المجتمع قيد الدراسة, هو توزيع الاحتمالي لجميع القيم الممكنة لإحصاءي ما في كل العينات و التي لها نفس الحجم.

### 1-توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي

ان الوسط الحسابي للمجتمع هو مقدار ثابت اما الوسط الحسابي للعينة فتختلف قيمته من عينة الى اخرى مسحوبة من نفس المجتمع وعليه فالوسط الحسابي متغير عشوائي وبما انه كذلك فان له توزيع احتمالي يسمى بتوزيع المعاينة للوسط الحسابي .

ونحصل على توزيع المعاينة باخذ جميع العينات الممكنة التي لها نفس الحجم , و التي يمكن الحصول عليها من هذا المجتمع, وفيما يلي سوف نتعرض لتوزيع المعاينة في حالة السحب بإرجاع وفي حالة السحب بدون ارجاع من خلال بعض الامثلة.

مثال 1<sup>33</sup>:

مجتمع يتكون من 5 مفردات هي (2,4,6,8,10), قمنا بسحب جميع العينات المكونة من مفردتين و المطلوب هو:

### 1-تحديد العينات الممكن سحبها بدون ارجاع

محمد رشيد 2012 مبادئ الاحصاء و الاحتمالات و معالجتها باستخدام برامج احصائية دار الصفاء عمان الاردن ص 378, 383 .<sup>33</sup>

2-تحديد العينات الممكن سحبها اذا كان السحب بالإرجاع

3-حساب متوسط الحسابي و التباين المجتمع

4-تكوين توزيع المعاينة لمتوسطات العينات الممكنة ثم حساب الوسط و التباين لتوزيع المعاينة في حالة السحب بدون ارجاع و السحب بالإرجاع

5-مقارنة الاجابات في الاسئلة رقم 4 ورقم 5 مع النتائج المحصل عليها في السؤال رقم 3

7-اشتقاق العلاقة بين كل توزيع المعاينة لكل من المتوسط الحسابي و التباين في حالتي السحب بدون ارجاع و السحب مع الارجاع

**الحل**

1-لايجاد عدد العينات التي يمكن سحبها بدون ارجاع نستخدم التوفيقية

$$C\binom{2}{5} = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{5*4*3*2*1}{3*2*1*2*1} = 10$$

العينات الممكن سحبها هي

(4,2), (6,2), (8,2), (10,2), (6,4), (8,4), (10,4), (8,6), (10,6), (10,8).

2-في حالة السحب مع الارجاع نستخدم النظرية الاسية لتحديد عدد العينات الممكنة سحبها

$$5^2 = 25$$

العينات الممكن سحبها هي :

(4,2), (6,2), (8,2), (10,2), (2,4), (6,4), (8,4), (10,4), (2,6), (4,6), (8,6),  
(10,6), (2,8), (4,8), (6,8), (10,8), (2,10), (4,10), (6,10), (8,10),  
(10,10), (8,8), (6,6), (4,4), (2,2), (8,10).

3-حساب متوسط الحسابي و التباين للمجتمع

-المتوسط الحسابي للمجتمع

$$\mu = \frac{2+4+6+8+10}{5} = 6$$

-تباين المجتمع

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x-\mu)^2}{N} = \frac{(2-6)^2+(4-6)^2+(6-6)^2+(8-6)^2+(10-6)^2}{5} = 8$$

4- لتكوين توزيع المعاينة لمتوسطات العينات الممكنة في حالة السحب بدون ارجاع نقوم اولاً بحساب المتوسط الحسابي لكل من العينات العشرة المختلفة.

يتم حساب المتوسط الحسابي لكل عينة وفق العلاقة التالية :

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

فمثلاً ثم حساب المتوسط الحسابي للعينة الاولى (4,2) في الجدول

$$\frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

العينة	(4,2)	(6,2)	(8,2)	(10,2)	(6,4)	(8,4)	(10,4)	(8,6)	(10,6)	(10,8)
المتوسط الحسابي	3	4	5	6	5	6	7	7	8	9

وانطلاقاً من قيم المتوسط الحسابي في كل عينة نقوم بتكوين توزيع المعاينة له و حساب متوسط و تباينه كما يلي :

$\bar{X}_i^2 * ni$	$\bar{x}_i * ni$	التكرارات ni	قيمة المتوسط $\bar{x}$
9	3	1	3
16	4	1	4
50	10	2	5
72	12	2	6
98	14	2	7
64	8	1	8
81	9	1	9
390	60	10	المجموع

حساب متوسط المتوسطات

$$\mu(\bar{x}) = \frac{60}{10} = 6$$

اما قيمة التباين فهي:

$$S(\bar{x})^2 = (\sum \bar{x}_i - \mu(\bar{x}))^2 / \sum ni = \frac{390}{10} - 6^2 = 3$$

5- تكوين توزيع لمتوسطات العينات في حالة السحب مع الارجاع

المتوسط الحسابي	العينة	المتوسط الحسابي	العينة
5	(2,8)	3	(4,2)
6	(4,8)	4	(6,2)
7	(6,8)	5	(8,2)
8	(10,8)	6	(10,2)
6	(2,10)	3	(2,4)
7	(10,4)	5	(6,4)
8	(10,6)	6	(8,4)
9	(8,10)	7	(10,4)
2	(2,2)	4	(2,6)
4	(4,4)	5	(4,6)

6	(6,6)	7	(8,6)
8	(8,8)	8	(10,6)
10	(10,10)		/

بعد الحصول على المتوسطات الحسابية نستخدم الجدول الموالي من اجل تحديد قيمتي المتوسط الحسابي و التباين في حالة السحب مع الارجاع

$\overline{x_i^2} * n_i$	$\overline{x_i^2}$	$\overline{x_i} * n_i$	التكرارات ni	قيمة المتوسط $\overline{x_i}$
4	4	2	1	2
18	9	6	2	3
48	16	12	3	4
100	25	20	4	5
180	36	30	5	6
196	49	28	4	7
192	64	24	3	8
162	81	18	2	9
100	100	10	1	10
1000	/	150	25	المجموع

حساب متوسط المتوسطات

$$\mu(\overline{x}) = \frac{150}{25} = 6$$

اما قيمة التباين فهي:

$$S(\overline{x})^2 = (\sum \overline{x_i^2} * n_i) / (\sum n_i) - \mu(\overline{x})^2 = \frac{1000}{25} - 6^2 = 4$$

6-مقارنة نتائج حالتي السحب:

العينة مع الارجاع	العينة دون الارجاع	المجتمع	المتوسط الحسابي
6	6	6	

التباين	8	3	4
---------	---	---	---

من خلال الجدول السابق يتضح بان قيمة المتوسط الحسابي في المجتمع هي نفسها عند توزيع المعاينة في كل من الحالتين سواء السحب مع الارجاع او بدون ارجاع .

اما بنسبة لتباين فان القيمة جاءت مختلفة في الحالات الثلاث اي في المجتمع و حالتي السحب ايضا.

7- اشتقاق العلاقة لكل من المتوسط و التباين في حالتي السحب

**اولا: بالنسبة للمتوسط الحسابي**

المتوسط الحسابي لتوزيع المعاينة في حالة السحب بالإرجاع او بدون ارجاع هو

$$\bar{X} = \mu(\bar{x}) = \mu$$

**ثانيا: بالنسبة للتباين**

ا- في حالة السحب مع الارجاع

$$S^2(\bar{x}) = \frac{6^2}{n}$$

ب- في حالة السحب دون ارجاع

$$S^2(\bar{x}) = \frac{6^2}{n} * \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$

**التحقق :**

**اولا:** بالنسبة لمتوسط توزيع المعاينة للمتوسط في حالتي السحب بالرجاع او بدون ارجاع فان القيمة ثابتة

و متساوية لمتوسط المجتمع, و بتالي فان

$$\bar{X} = \mu \bar{X} = \mu$$

**2-تباين توزيع المعاينة للمتوسط :**

ا- في حالة السحب مع الارجاع تكون العلاقة كالتالي

$$S^2(\bar{x}) = \frac{6^2}{n} = \frac{8}{2} = 4$$

و الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة:

$$S(\bar{x}) = \frac{6}{\sqrt{n}}$$

ب-في حالة السحب بدون ارجاع تكون العلاقة كالتالي

$$S^2(\bar{x}) = \frac{6^2}{n} * \left(\frac{N-n}{N-1}\right) = \frac{8}{2} * \left(\frac{5-2}{5-1}\right) = 3$$

و الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة =

$$S(\bar{x}) = \frac{6}{\sqrt{n}} * \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

### ملاحظات

-  $S(\bar{x})$ : الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة (نسميه الخطأ المعياري للمتوسط الانحراف)

-  $\mu(\bar{x})$ : المتوسط الحسابي لتوزيع المعاينة.

- متوسط توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي مساو لمتوسط المجتمع سواء كانت المعاينة غير نفاذيه او

نفاذيه (السحب بالإرجاع او بدون ارجاع) و مهما كانت حجم العينة المسحوبة

- في حالة المجتمعات الكبيرة فان الانحراف المعياري سواء كانت المعاينة نفاذيه او غير نفاذيه تكون كما

يلي:

$$S(\bar{x}) = \frac{6}{\sqrt{n}}$$

اي هي نفسها صيغة الانحراف المعياري لما تكون المعاينة غير نفاذيه حيث انها تعتمد فقط على حجم

العينة وان قيمة

$S(\bar{x})$  تقل مع زيادة حجم العينة.



يطلق على النسبة  $\frac{n}{N}$  بمعدل الاستقصاء

- عندما تكون قيمة معدل الاستقصاء اقل من 0.05 فإنه يتم اهمال قيمة معامل الارجاع في علاقة

التباين<sup>34</sup>

$$\frac{N - n}{N - 1}$$

ان خطأ المعاينة يتأثر طرديا بتباين المجتمع و عكسيا بحجم العينة , وهو امر متوقع كلما كانت العينة اكبر و المجتمع اكثر تجانسا (اقل تشتتا) كان تقدير ادق ما يعني خطأ معاينة اقل .

ان التباين في العينة يكون اقل من تباين في المجتمع . و التباين في حالة السحب بالإرجاع اكبر من التباين في حالة السحب بدون ارجاع لان هذا الاخير يعطي خطأ معاينة اقل .

### 3- نوع توزيع المعاينة للمتوسط

سننظر لطبيعة توزيع المعاينة للمتوسط لما يكون المجتمع طبيعيا او غير طبيعي

### 3-1 توزيع المعاينة للمتوسط عندما يكون للمجتمع توزيع طبيعي

اذا كان المجتمع الذي تتم منه المعاينة له توزيع طبيعي  $\mu$  وتباين  $\sigma^2$  فان متوسط العينة المسحوبة ايضا و نكتب العلاقة كالتالي : تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط  $\mu$  و الانحراف المعياري  $S \times$

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow X \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

ومنه

$$Z = \frac{x - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$$

مثال

صالح بو عبد الله 2006 محاضرات في الاحصاء الرياضي كلية العلوم الاقتصادية جامعة مسيلة ص5. <sup>34</sup>

عينة عشوائية من 16 عامل اختيرت من مجتمع من 1000 عامل يفترض انها تتوزع طبيعيا حيث متوسط الاجر للمجتمع العمال هو 26000 دج بالانحراف المعياري 4500 دج . ماهو احتمال ان يكون متوسط العينة اقل من 28250 دج؟

الحل

$$N=1000$$

$$n=16$$

$$\mu=26000$$

$$\sigma=4500$$

$$P(X<28250) = ?$$

$$n=16: n/N=16/1000=0.016<0.05$$

$$\Rightarrow S(\bar{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4500}{\sqrt{16}} = 1125$$

$$X \sim N(26000, 4500) \Rightarrow X \sim N(26000, 1125)$$

$$Z = \frac{X - \mu}{S(\bar{x})} = \frac{28250 - 26000}{1125} = 2$$

$$P(x < 28250) = p(z < 2) = 0.9772$$

نقرا النتيجة مباشرة Z الموجبة . اي ان احتمال ان يكون متوسط العينة اقل من 28250 هو 0.9772.  
من جداول

### 3-2 توزيع المعاينة لمتوسط العينة عندما يكون المجتمع له توزيع غير طبيعي

تصادفنا العديد من الحالات التي لا يمكننا فيها تحديد طبيعة توزيع المجتمع, الامر الذي يحولنا عن تحديد توزيع المعاينة لمتوسط العينة , و مع ذلك تمكن الباحثين من اثبات ان توزيع المعاينة لمتوسط

الحسابي هو توزيع طبيعي في حالة العينات ذات الحجم الكبير ايا كان توزيع المجتمع, و هذه النتيجة تعرف باسم نظرية النهاية المركزية<sup>35</sup>,

## 2- نظرية النهاية المركزية

إذا  $n \geq 30$  كان حجم المجتمع كبير, فان توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي يقترب من التوزيع الطبيعي, بغض النظر عن شكل المجتمع الاصلي ذي المتوسط  $\mu$  و الانحراف المعياري  $\sigma$ , ولذلك يمكن حساب احتمال ان يكون  $\bar{X}$  لعينة عشوائية من خلال القيمة الاحصائية ل  $Z$  و فق العلاقة التالية

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \text{ ويكون}$$

$$\bar{X} \approx N(\mu, \sigma/\sqrt{n})$$

مثال

شركة مختصة في صناعة الحافلات و تقترح 70 كلغ لوزن الراكب بانحراف معياري 24 كلغ, اذا علمت انها قامت بتصميم حافلة لنقل العمال حمولتها القصوى هي 2880 كلغ و تتسع الى 36 عاملا, فما هو احتمال ان تحمل هذه الحافلة اكبر من حمولتها؟

الحل

$$\bar{X} = \frac{2880}{36} = 80$$

المطلوب حساب

$$P(\bar{X} > 80) = ?$$

$$\mu = 70$$

$$\sigma = 24$$

$$n = 36$$

توزيع المجتمع مجهول لكن حجم العينة 36 اكبر من 30 و بالاستناد على النظرية النهاية المركزية نستنتج بان متوسطات اوزان العمال تقترب من التوزيع الطبيعي.

<sup>35</sup> انيس اسماعيل كنجو 2000 الاحصاء و الاحتمال مكتبة العبيكان الرياض المملكة العربية السعودية ص 15

$$Z = \frac{x - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{80 - 70}{\frac{24}{\sqrt{36}}} = 2.5$$

$$P(x > 80) = P(z > 2.5) = 1 - P(z < 2.5) = 1 - 0.99379 = 0.00621$$

#### 4- توزيع المعاينة للنسبة

في العديد من الحالات تكون المعلمة الأساسية هي  $p$  مثل نسبة المكالمات الهاتفية ، في العينة هي النسبة من أفضل إحصاءه يمكن استخدامها للاستدلال عن نسبة  $P$  في المجتمع.

#### 4-1 المتوسط و الخطأ المعياري للنسبة

إذا كان لدينا مجتمع ما نسبة صفة معينة فيه هي  $P$ ، وتم سحب عينة منه ذات حجم  $n$  نسبة نفس تلك الصفة فيها هي  $p$ ، فإن قيمة كل من المتوسط الحسابي و الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة يكونان كما يلي:

$$\mu_p = p, \quad S(p) = \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

حيث:

$\mu_p$ : متوسط توزيع المعاينة

$p$ : نسبة النجاح في المجتمع

$q$ : وهي  $1-p$  وهي نسبة الفشل في المجتمع

$S(p)$ : الانحراف المعياري للإحصائية  $P$

مثال: حدد كلا من المتوسط و الخطأ المعياري لنسبة العينة في كل حالة مما يلي :

أ- عينة حجمها 100، سحبت من مجتمع نسبته 0.5

ب- عينة حجمها 20 سحبت من مجتمع نسبته 0.5

ج- ما هو تعليقك على النتيجة؟

## الحل

ا- متوسط العينة حيث لدينا  $0.5 = P = \mu_p$  وهي  $0.5$  (متوسط العينة لنسبة)

- الانحراف المعياري لنسبة العينة هو :

$$S(p) = \sqrt{\frac{pq}{n}} = \sqrt{\frac{0.5*(1-0.5)}{100}} = 0.05$$

ب- متوسط العينة في هذه حالة هو : لدينا  $0.5 = P = \mu_p$

الانحراف المعياري لمتوسط العينة هو

$$S(p) = \sqrt{\frac{pq}{n}} = \sqrt{\frac{0.5*(1-0.5)}{20}} = 0.11$$

ج- نستنتج بان قيمة متوسط النسبة لا تتغير بتغير حجم العينة في نفس المجتمع , بينما ارتفعت قيمة الانحراف المعياري بانخفاض حجم العينة .

### 4-2 نوع توزيع المعاينة لنسبة $P$ في العينة

اذا تم اخذ عينة عشوائية من الحجم  $(n > 30)$  من مجتمع ذي الحدين  $n = \mu_p$  وتباين  $\sigma^2 = npq$

فان توزيع المعاينة ل  $P$  و التي تمثل نسبة النجاح يتوزع طبيعيا بمتوسط حسابي  $\mu_p$  و الانحراف المعياري  $S_p$  حيث ان

$$\mu_p = p, \quad S_p = \sqrt{\frac{pq}{n}} \quad \text{فان:}$$

$$\hat{p} \approx N(P, S_p)$$

وتكون قيمة  $Z$  تساوي

$$\hat{p} = \frac{x}{n} \quad \text{وهي قيمة المتغير العشوائي}$$

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$$

مثال

إذا كان احتمال نجاح الطالب بدون ديون في كلية العلوم الاقتصادية هو 0.9 ، أخذت عينة عشوائية حجمها 49 طالبا من أولئك الذين يدرسون في الكلية، ما هو احتمال أن تزيد نسبة هؤلاء الطلبة بدون ديون على 80%؟

الحل

لدينا :

$\mu_{\bar{p}} = p = 0.9$  (متوسط العينة لنسبة)، اما الانحراف المعياري يحسب كما يلي:

$$S(\bar{p}) = \sqrt{\frac{pq}{n}} = \sqrt{\frac{0.9*(1-0.9)}{49}} = 0.042$$

وبما ان حجم العينة اكبر من 30 و بالاعتماد على النظرية النهائية المركزية فانه يمكن التقريب لتوزيع الطبيعي ويكون لدينا :

$$\begin{aligned} P(\hat{p} > 0.8) &= P\left(z > \frac{\hat{p} - p}{S_p}\right) = P\left(z > \frac{0.8 - 0.9}{0.042}\right) = P(z > -2.38) \\ &= 1 - P(z < -2.38) = 1 - 0.00866 = 0.99134. \end{aligned}$$

(نقرا القيمة الاحصائية مباشرة من جدول z السالب) تم نقوم من طرحها من واحد.

$$P(\hat{p} > 0.8) = 0.99134.$$

5- توزيع المعاينة لتباين

بالعودة للمثال 1 رقم (1) من هذا الفصل سيتم حساب متوسط تباينات جميع العينات المسحوبة في

حالاتي المعاينة النفاذية وغير النفاذية ومقارنة متوسط التباينات في كل حالة من ها مع تباين المجتمع

أولا: في حالة المعاينة النفاذية ( السحب دون إرجاع)

تحسب تباينات العينات n الحجم وفق العلاقة التالية :

$$S^2 = \sum \left( \frac{(xi - X)^2}{n} \right)$$

(10,8)	(10,6)	(8,6)	(10,4)	(8,4)	(6,4)	(10,2)	(8,2)	(6,2)	(4,2)	العينة
9	8	7	7	6	5	6	5	4	3	المتوسط الحسابي
9	4	1	1	0	1	0	1	4	9	$(\bar{x}i - \mu(\bar{x}))^2$

$$S^2 = \sum \left( \frac{(xi - X)^2}{n} \right) = \frac{(3-6)^2 + (4-6)^2 + (5-6)^2 + (6-6)^2 + (5-6)^2 + (6-6)^2 + (7-6)^2 + (7-6)^2 + (8-6)^2 + (9-6)^2}{10} = \frac{30}{10} = 3$$

ثانيا: في حالة المعاينة غير النفاذية ( السحب مع الإرجاع )

$$S^2 = \sum \left( \frac{(xi - \bar{X})^2}{N} \right)$$

$(\bar{x}i - \mu(\bar{x}))^2$	المتوسط الحسابي	العينة	$\bar{x}i - \mu(\bar{x})^2$	المتوسط الحسابي	العينة
0	6	(4,8)	9	3	(4,2)
1	7	(6,8)	4	4	(6,2)
4	8	(10,8)	1	5	(8,2)
0	6	(2,10)	0	6	(10,2)
1	7	(10,4)	9	3	(2,4)
4	8	(10,6)	1	5	(6,4)
9	9	(8,10)	0	6	(8,4)
16	2	(2,2)	1	7	(10,4)
4	4	(4,4)	4	4	(2,6)
0	6	(6,6)	1	5	(4,6)
4	8	(8,8)	1	7	(8,6)
16	10	(10,10)	4	8	(10,6)
	/	/	1	5	(2,8)

$$S^2(\bar{x}) = \frac{\sum (\bar{x}i - \mu(\bar{x}))^2}{N} = \frac{100}{25} = 4$$

لتتحقق السحب بدون ارجاع

$$S^2(\bar{x}) = \frac{6^2}{n} * \left( \frac{N-n}{N-1} \right) = \frac{8}{2} * \left( \frac{5-2}{5-1} \right) = 3$$

لتتحقق السحب مع الارجاع

$$S^2(\bar{x}) = \frac{6^2}{n} = \frac{8}{2} = 4$$

### 6- توزيع المعاينة للفروق و المجاميع

عندما يكون عندنا عينتين مأخوذتين من مجتمعين مختلفين فانه يمكن استنتاج كل الفروق و المجاميع و توزيعها لعدة خصائص تتعلق بهما كما يلي :

### 1-6 الفروق و المجاميع للمتوسط الحسابي و التباين و النسبة لتوزيع المعاينة

اذا كانت  $x_1, x_2, \dots, x_n$  عينة مأخوذة من توزيع متوسطه الحسابي  $\mu_1$  و انحرافه المعياري  $S_1$  او له صفة معينة نسبته  $P_1$  و كانت  $y_1, y_2, \dots, y_n$  عينة اخرى مأخوذة من توزيع اخر متوسطه الحسابي  $\mu_2$  و انحرافه المعياري  $S_2$  او له صفة معينة نسبته  $P_2$  .

فانه يمكن الحصول على توزيع الفروق و المجاميع للأوساط الحسابية و التباينات و نسب المعاينة وفق العلاقات التالية<sup>36</sup>:

- الجدول : توزيع الفروق و المجاميع للأوساط الحسابية و التباينات و نسب المعاينة

النسبة	التباين	المتوسط الحسابي	
$\mu_p \bar{1} - \mu_p \bar{2} = \mu_1 - \mu_2$	$S^2 \bar{x} - \bar{y} = S^2(\bar{x}) - S^2(\bar{y})$	$\mu \bar{x} - \mu \bar{y} = \mu_1 - \mu_2$	الفروق
$\mu_p \bar{1} + \mu_p \bar{2} = \mu_1 + \mu_2$	$S^2 \bar{x} + \bar{y} = S^2(\bar{x}) + S^2(\bar{y})$	$\mu \bar{x} + \mu \bar{y} = \mu_1 + \mu_2$	المجاميع

مثال

دلال القاضي وآخرون، 2005، الإحصاء للإداريين والاقتصاديين، دار الحامد، عمان، الأردن، 2005، ص ( 215 - 219)<sup>36</sup>



أخذت عينة حجمها 30 وحدة من توزيع متوسط الحسابي 75 وتباينه 25 ، وأخذت عينة ثانية حجمها 60

من توزيع آخر مستقل متوسطه الحسابي 60 وتباينه 15 .

أوجد الفروق والمجاميع للمتوسط الحسابي لتوزيع المعاينة للتوزيعين؟

**الحل**

**اولا: بالنسبة للفروق**

-المتوسط الحسابي

$$\mu\bar{x}-\mu\bar{y}=75-60= 15$$

- الفرق بين الانحرافين

$$S\bar{x}-\bar{y}=\sqrt{\frac{6^2_1}{n_1}} + \sqrt{\frac{6^2_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{25}{30}} + \sqrt{\frac{15}{60}}= 1.04$$

**ثانيا : بالنسبة للمجاميع**

-المتوسط الحسابي

$$\mu\bar{x}+\mu\bar{y}=75+60= 135$$

- الفرق بين الانحرافين

$$S\bar{x}-\bar{y}=\sqrt{\frac{6^2_1}{n_1}} + \sqrt{\frac{6^2_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{25}{30}} + \sqrt{\frac{15}{60}}= 1.04$$

**ملاحظة**

في حالة توزيع المعاينة للفرق بين انحرافين يكون ما يلي

1-في حالة المجتمع منته (السحب بدون ارجاع)

$$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{6^2_1}{n_1} * \left(\frac{N_1 - n_1}{N_1 - 1}\right) + \frac{6^2_2}{n_2} * \left(\frac{N_2 - n_2}{N_2 - 1}\right)}$$

2- في حالة المجتمع غير منته (السحب مع ارجاع)

$$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{S^2_1}{n_1} + \frac{S^2_2}{n_2}}$$

- طبيعة توزيع المعاينة لمجموع أو الفرق بين متوسطين

إذا كانت العينتان المسحوبتان من مجتمعين طبيعيين أو حجم كل من هما يساوي أو يفوق 30 مفردة

فإن الفرق بين متوسطي العينتين أو مجموعهما يتبع أو يقترب من التوزيع الطبيعي<sup>37</sup>

يكون المتغير المعياري:

$$Z = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_{\bar{X}1} - \mu_{\bar{X}2})}{S_{\bar{X}1 - \bar{X}2}} = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_{\bar{X}1} - \mu_{\bar{X}2})}{\sqrt{\frac{S^2_1}{n_1} + \frac{S^2_2}{n_2}}}$$

مثال

تنتج شركة A مصابيح متوسط مدة حياتها 1400 سا بانحراف معياري 200 سا. وتنتج شركة B مصابيح

متوسطة مدة حياتها 1200 سا بانحراف معياري 100 سا. قمنا باختيار عينة من 125

وحدة من كلتا الشركتين مع الاعداد. اوجد احتمال ان الشركة A تنتج مصابيح كهربائية متوسط مدة

حياتها على الاقل اكبر من 160 سا من عمر مصابيح شركة B؟

الحل

$$\mu_{\bar{x}_1} - \mu_{\bar{x}_2} = \mu_1 - \mu_2 = 1400 - 1200 = 200$$

$$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{S^2_1}{n_1} + \frac{S^2_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{200^2}{125} + \frac{100^2}{125}} = 20$$

$$P((\bar{x}_1 - \bar{x}_2) > 160) = P(Z > ((\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)) / (S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}))$$

<sup>37</sup> محمد صبحي ابو صالح, عدنان محمد عوض, 2004, مقدمة في الاحصاء, دار المسيرة, عمان الاردن ص192.

$$p(z > \frac{160-200}{20}) = p(z > -2) = 1 - p(z < -2) = 1 - 0.02275 = 0.97725.$$

### مثال

تم سحب عينتين عشوائيتين من شركتين مختلفتين لإنتاج الادوية, و كانت الاجور المدفوعة من قبل الشركتين تتبع التوزيع الطبيعي, وان معدل الاجور في الشركة الاولى المدفوعة ل 25 عاملا يساوي 35000 دج بانحراف معياري 4000 دج, اما معدل الاجور في الشركة الثانية ل 40 عامل فهو 28000 دج بانحراف معياري 6000 دج.

- ما هو احتمال ان يزيد معدل الاجور في الشركة الاولى ب 8000 دج على الاقل عن الشركة الثانية؟

### الحل

نلخص معطيات المثال في الجدول الموالي:

الشركة الثانية	الشركة الاولى	
$\mu_2=28000$	$\mu_1=35000$	المتوسط الحسابي
$S_2=6000$	$S_1=4000$	الانحراف المعياري
40	25	حجم العينة

$$\mu \bar{x}_1 - \mu \bar{x}_2 = \mu_1 - \mu_2 = 35000 - 28000 = 7000$$

$$S \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \sqrt{\frac{S^2_1}{n_1} + \frac{S^2_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{4000^2}{25} + \frac{6000^2}{40}} = 981,83$$

$$P((\bar{x}_1 - \bar{x}_2) > 8000) = p(z > ((\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)) / (S \bar{x}_1 - \bar{x}_2))$$

$$p(z > \frac{8000-7000}{981,83}) = p(z > 1,02) = 1 - p(z < 1,02) = 1 - 0,84614 = 0.15386.$$

### تمارين محلولة

## تمرين 1

يتكون مجتمع من خمسة ارقام 1-2-4-6-7 تم اختيار عينة حجمها اثنان مع سحب بإرجاع من هذا المجتمع اوجد:

-متوسط المجتمع  $\mu$ ؟

-الانحراف المعياري للمجتمع  $\sigma$ ؟

-متوسط توزيع المعاينة للاوساط  $\mu_x$

-الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للاوساط  $\sigma_x$

- حل المسألة السابقة في حالة المعاينة دون ارجاع؟

**الحل**

1-متوسط المجتمع  $\mu$

$$\mu = \frac{1+2+4+6+7}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

2-الانحراف المعياري للمجتمع  $\sigma$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (xi - \mu)^2}{N}} = \sqrt{\frac{106}{5}} = 2.28$$

-متوسط توزيع المعاينة  $\mu_x$

السحب بالارجاع يكون حساب عدد الحالات الممكنة بالعلاقة التالية :

$$N^n = 5^2 = 25$$

نعرض جميع الحالات الممكنة والتي هي 25 حالة مع متوسطاتها الحسابية في الجدول التالي :

متوسطاتها الحسابية					العينات				
7	6,5	5	3	1,5	(7.7)	(7.6)	(6.4)	(4.2)	(2.1)
6	4	5,5	4	2,5	(6.6)	(1.7)	(7.4)	(6.2)	(4.1)
4	4,5	3,5	4,5	3,5	(4.4)	(2.7)	(1.6)	(7.2)	(6.1)
2	5,5	4	2,5	4	(2.2)	(4.7)	(2.6)	(1.4)	(7.1)
1	6,5	5	3	1,5	(1.1)	(6.7)	(4.6)	(2.4)	(1.2)

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{1,5+2,5+\dots+2+1}{25} = 4$$

الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للأوساط  $S_{\bar{x}}$

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{(\sum(\bar{x}_i - \mu_{\bar{x}})^2)/N} = 1.61$$

هذه النتيجة تؤكد انه في حالة المجتمعات غير المنتهية و المتضمنة المعاينة مع الارجاع فان

$$S_{\bar{x}} = \frac{6}{\sqrt{n}} = \frac{2.28}{\sqrt{2}} = 1.61.$$

-في حالة المعاينة بدون ارجاع

1-متوسط المجتمع و انحرافه يبقى بدون تغير

-متوسط توزيع المعاينة للأوساط  $\mu_x$

السحب بدون ارجاع يكون حساب عدد الحالات الممكنة بالعلاقة التالية :

$$(C_5^2) = 10$$

نعرض جميع الحالات الممكنة مع متوسطاتها الحسابية في الجدول التالي :

متوسطاتها الحسابية					العينات				
5,5	4,5	3	3,5	1,5	(7.4)	(7.2)	(4.2)	(6.1)	(2.1)
6,5	5	4	4	2,5	(7.6)	(6.4)	(6.2)	(7.1)	(4.1)

$$\mu_{\bar{x}} = \frac{1,5+2,5+\dots+5,5+6,5}{10} = 4$$

الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للأوساط  $S_{\bar{x}}$

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{(\sum(\bar{x}_i - \mu_{\bar{x}})^2)/N} = 1,39$$

هذه النتيجة تؤكد انه في حالة المجتمعات المنتهية و المتضمنة المعاينة بدون الارجاع فان

$$S_{\bar{x}} = \frac{6}{\sqrt{n}} * \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \frac{2.28}{\sqrt{2}} * \sqrt{\frac{5-2}{5-1}} = 1,39.$$

تمرين الثاني

اذا كان متوسط الدخل الشهري للأسرة الجزائرية 40000 دج بانحراف معياري 10000 دج و يتبع التوزيع الطبيعي.

ما هو احتمال ان تكون العينة عشوائية حجمها 20 مسحوبة من هذا المجتمع دخلا شهريا وسطيا

-اقل من 35000 دج؟

-بين 38000 و 42000 دج؟

-اكبر من 38000 دج؟

الحل

المجتمع غير محدود و يتبع التوزيع الطبيعي, بالتالي :

$$\mu_{\bar{x}} = \mu = 40000$$

$$S_{\bar{x}} = \frac{6}{\sqrt{n}} = \frac{10000}{\sqrt{25}} = 2000$$

1-اقل من 35000 دج؟

$$P(\bar{x} < 35000)$$

$$=P\left(z < \frac{35000-40000}{2000}\right)$$

$$=P(z < -2.5) = 0.00621.$$

2- بين 38000 و 42000 دج؟

$$P(38000 < x < 42000)$$

$$=P\left(\frac{38000-40000}{2000} < z < \frac{42000-40000}{2000}\right)$$

$$=P(-1 < z < 1) = 0.84134 - 0.15866 = 0.68268.$$

3- اكبر من 38000 دج؟

$$P(\bar{x} > 38000)$$

$$=P\left(z > \frac{38000-40000}{2000}\right)$$

$$=P(z > -1) = 1 - P(z < -1) = 1 - 0.15866 = 0.84134.$$

تمرين الثالث

ان المدة المتوسطة لكي يصل سكان مدينة شيكاغو الى العمل هي 31.5 دقيقة, بانحراف معياري قدره 12 دقيقة, نسحب عينة حجمها 50 شخص.

1- اوجد توزيع المعاينة للمتوسط؟





الحل

1- تحديد توزيع المعاينة للمتوسط :

$$\mu_{\bar{x}} = \mu = 31.5$$

$$S_{\bar{x}} = \frac{6}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{50}} = 1,70$$

تمرين الرابع

كيف يمكن ايجاد متوسط توزيع المعاينة للوسط  $\mu \times$  ؟ و الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للوسط او الخطأ المعياري؟

الحل

- متوسط توزيع المعاينة للوسط  $\mu \times$  يساوي متوسط المجتمع الاصيلي  $\mu$  اي  $\mu = \mu \times$  لكي يكون هذا صحيحا فإننا يجب ان نأخذ جميع العينات الممكنة من المجتمع المحدود , و اذا كنا نتعامل مع مجتمع غير محدود مع السحب بالإرجاع يجب ان نستمر في اخذ عينات متكررة من حجم  $n$  الى ما لا نهاية.

- الخطأ المعياري للوسط  $S \times$  هو الانحراف المعياري للمجتمع ,  $\sigma$ , مقسوما على الجذر التربيعي لحجم

$$S_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ اي } \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

وبالنسبة للمجتمعات المحدودة من حجم  $N$ , يجب استخدام معامل التصحيح وتكون

$$S_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} * \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

ولكن عندما تكون حجم العينة صغير جدا بالنسبة لحجم المجتمع فان

$$\frac{N-n}{N-1}$$

تكون قريبة من 1 و يمكن اسقاطها من المعادلة. وقد تعودنا على اهمال هذا الحد عندما تكون النسبة

$$\frac{n}{N} < 0,05$$

وبصرف النظر عن معامل التصحيح، فإن  $S \times$  ترتبط طرديا مع  $\sigma$  وعكسيا مع

$$\sqrt{n} \text{ .اي ان مضاعفة حجم العينة 4 مرات يرفع دقة } \bar{X}$$

كتقدير للوسط  $\mu$  بخفض  $S \times$  الى النصف. يلحظ ايضا ان  $S \times$  دائما اصغر من  $\sigma$  و السبب ان اوساط العينات كمتوسطات لمشاهدات العينة تظهر اختلافا او انتشارا اقل من قيم المجتمع. بالإضافة كلما كبر حجم العينة، كلما صغر حجم  $\sigma$ .

### تمرين الخامس

ماذا يقصد بتوزيع المعاينة للوسط؟ وكيف يتم الحصول عليه؟ ماذا يقصد بالمتوسط و الخطأ المعياري لتوزيع للوسط؟

### الحل

إذا اخدنا عينات عشوائية متكررة (كل العينات الممكنة)، كل منها من حجم  $n$  من مجتمع من قيم للمتغير  $X$  و اوجدنا متوسط كل عينة فاننا نجد ان معظم متوسطات العينات تختلف عن بعضها البعض. و يسمى التوزيع الاحتمالي لمتوسطات العينات هذه توزيع المعاينة النظري للوسط. و بالمثل يمكن الحصول على توزيع المعاينة النظري للنسبة، و الفرق بين متوسطين، و الفرق بين نسبتيين، . ويرمز لمتوسط المعاينة بـ  $\mu_x$

و متوسط المجتمع بـ  $\mu$  و يرمز للانحراف المعياري للوسط بـ  $S_x$  و يعتبر هو الانحراف المعياري لقيم  $X$  الاكثر دقة كتقدير لمتوسط المجتمع غير المعلوم  $\mu$ .

### تمرين السادس

تفيد دراسة لمعرفة العامل الالهم الذي يدفع الاشخاص الى اختيار فندق بان 74 بالمئة يؤكدون ان وجود قاعة لغير المدخنين يعتبر اهم عامل. نسحب عينة حجمها 200 شخص.

1- ما هو توزيع المعاينة لنسبة العينة في هذه الدراسة؟

2- ما هو احتمال ان ينحرف توزيع المعاينة للنسبة عن نسبة المجتمع ب  $\pm 0.04$

3- ما هو احتمال ان ينحرف توزيع المعاينة للنسبة عن نسبة المجتمع ب  $\pm 0.02$

الحل

1- تحديد توزيع المعاينة لنسبة العينة:

$$\mu_{\bar{p}} = p = 0,74$$

$$S_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{pq}{n}} = \sqrt{\frac{0,74*(1-0,74)}{200}} = 0.031$$

2- ما هو احتمال ان ينحرف توزيع المعاينة للنسبة عن نسبة المجتمع ب  $\pm 0.04$

$$P(0,70 < \bar{p} < 0,78)$$

وبما ان حجم العينة اكبر من 30 و بالاعتماد على النظرية النهائية المركزية فانه يمكن التقريب لتوزيع الطبيعي ويكون لدينا :

$$P(0,70 < \bar{p} < 0,78) = P\left(\frac{\bar{p}-p}{S_{\bar{p}}} < z < \frac{\bar{p}-p}{S_{\bar{p}}}\right)$$

$$= P\left(\left(\frac{0,7-0,74}{0,031}\right) < z < \left(\frac{0,78-0,74}{0,031}\right)\right) = P(-1,29 < z < 1,29) = 0,90174 - 0,09853 = 0,80321.$$

3- احتمال ان ينحرف توزيع المعاينة للنسبة عن نسبة المجتمع ب  $\pm 0.02$

$$P(0,72 < \bar{p} < 0,76)$$

وبما ان حجم العينة اكبر من 30 و بالاعتماد على النظرية النهائية المركزية فانه يمكن التقريب لتوزيع الطبيعي ويكون لدينا :

$$P(0,72 < \bar{p} < 0,76) = P\left(\frac{\bar{p}-p}{S_{\bar{p}}} < z < \frac{\bar{p}-p}{S_{\bar{p}}}\right)$$

$$=p\left(\frac{0.72-0.74}{0.031}\right) < z < \left(\frac{0.76-0.74}{0.031}\right) =p(-0.64 < z < 0.64) = 0.73891 - 0.26109 = 0.47782.$$

تمارين حول توزيع المعاينة (الحلول في حصة الاعمال الموجهة )

### التمرين الاول

- ما هو الفرق بين المعلمة و الاحصاء؟

- ما هو الفرق بين الخطا المعياري و الانحراف المعياري؟

- هل يمكن ان يكون الانحراف المعياري لمتوسط او نسبة العينة في حالة المعاينة النفاذية هو نفسه في حالة المعاينة غير النفاذية؟ علل

### التمرين الثاني

مصنع ينتج الكراسي تركز على قاعدة دائرية, اعتمادا على التجارب السابقة فان مفتش الرقابة على العملية الانتاجية مقتنع بمايلي:

- متوسط قطر القاعدة الدائرية هو 5سم

- الانحراف المعياري لها 0.005 سم

- توزيع العملية الانتاجية هو توزيع طبيعي

يهتم الفاحص بالمحافظة على متوسط قطر العملية الإنتاجية عند 5 سم، ولتحقيق ذلك تسحب عينات

عشوائية بصفة دورية، حجم كل من ها 9 كراسي وذلك في محاولة لاكتشاف الانحرافات عن الطبيعية

المشار اليها.

- حدد توزيع المعاينة  $\bar{x}$

-يفرض ان فاحص سحب عينة عشوائية من 9 كراسي و قيست اقطارها ووجد ان متوسط اقطارها 5.004 سم. ما هي إمكانية ( احتمال ) أن متوسط القطر في تلك العينة العشوائية سيكون على الأقل 5.004 سم؟

-ما هو حجم العينة التي يجب سحبها لتحقيق خطأ معياري لمتوسط العينة يساوي 0.001 ؟

### التمرين الثالث

سجلت إدارة كلية العلوم الاقتصادية بجامعة المسيلة 1000 طالبا في السنة الثانية، وبناء على نتائج السنوات السابقة تبين أن معدلات الطلبة في مادة الإحصاء 3 تتبع التوزيع الطبيعي واقترحت الإدارة أن تكون نسبة الطلبة المتحصلين على المعدل في مادة الإحصاء 60 %.

أولاً: إذا تم اختيار فوج من قسم علوم التسيير مكون من 30 طالبا

-فما هو توزيع المعاينة للنسبة في هذا الفوج؟

ما هو احتمال أن لا تقل نسبة طلبة هذا الفوج المتحصلين على المعدل في هذه المادة على

70 بالمئة؟

ثانياً: إذا علمت أن إدارة قسم علوم التسيير والتي يبلغ عدد الطلبة فيها من نفس السنة 300 طالبا

تقترح نفس النسبة ( 60 %)، وباعتبار هؤلاء الطلبة يمثلون مجتمعا جديدا

أجب على نفس الأسئلة السابقة

ما هو تعليقك على النتائج؟

### التمرين الرابع:

إذا كانت نسبة النجاح لطلبة السنة أولى في كلية العلوم الاقتصادية هي 85 %، وكانت نسبة

النجاح في كلية العلوم الإنسانية هي 80 %، وتم سحب عينة عشوائية حجمها 100 طالب من كلية

الاقتصادية وعينة أخرى حجمها 90 طالبا من كلية العلوم الإنسانية العلوم

أوجد احتمال أن تزيد نسبة النجاح في كلية العلوم الاقتصادية عن نسبة النجاح في كلية العلوم الإنسانية بمقدار 10 % على الأكثر؟

### 3- نظرية التقدير

إن دراسة الباحث للعينات وتوزيعاتها عن طريق إحصاءاتها المحددة يهدف إلى الاستدلال على المعالم المناظرة لها في المجتمع، إلا أن تلك القيم التي يتم الحصول علىها عن طريق المعاينة لا تعكس

بالضرورة القيم الحقيقية المناظرة لها فيه، مما يدفع الباحث إلى تقدير تلك المعالم أو المجالات التي تقع ضمنها بدرجة ثقة معينة، ولهذا جاءت هذه النقطة لتتناول شروط التقدير الجيد و أنواع التقدير وبعض

نظرياتها.

### طرق التقدير

يمكن أن نميز بين طريقتين كلاسيكيتين للتقدير وهما التقدير النقطي والتقدير بفترة أو مجال.

مثال: إذا قلنا ان مسافة هي 5.28 كلم فإننا نكون قد اوجدنا تقدير بنقطة. اما اذا قلنا من ناحية اخرى ان , المسافة هي بين  $(-)$ 0.03 و  $(+)$  5.28 كلم.

اي ان المسافة بين 5.25 كلم و 5.31 كلم فإننا نكون قد استخدمنا التقدير بواسطة فترة

### التقدير النقطي

وهي أبسط طرق التقدير، وتتمثل في تقدير المعلمة بقيمة واحدة، كأن نقول أن متوسط دخل أفراد أسرة هو 40000 دج . , فيكون  $\bar{X}$  ما هو 40000 دج

مثال 1: لتقدير عدد الكلمات في احد الكتب اخذت عينة حجمها 10 صفحات عشوائيا من ذلك الكتاب, وتم عد الكلمات فيها, فكان مايلي:

283- 317- 303- 291- 297- 300- 305- 295- 310- 309.

كم تقدر وسط عدد الكلمات في الصفحة الواحدة؟

إذا كان الكتاب يحتوي على 400 صفحة فكم تقدر عدد الكلمات فيه ؟

**الحل**

لدينا حجم العينة يساوي  $n=10$  ووسطها يحسب عن طريق العلاقة التالية:

$$\bar{X} = \frac{\sum xi * ni}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{283+317+303+291+297+300+305+295+310+309}{10} = 301$$

ومنه يتم تقدير متوسط عدد الكلمات في الصفحة الواحدة ب 301 كلمة اي ان  $\mu=301$  .

اما عدد الكلمات الاجمالية في الكتاب هو  $400 * 301 = 120400$  كلمة.

مثال 2: من نفس المعطيات المثال 1 قدر بنقطة قيمة الانحراف المعياري؟

لقد تم الاعتماد على العلاقة التالية

$$S\bar{x} = \frac{6}{\sqrt{n}}$$

في حساب الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للاوساط الحسابية, وعند حساب الانحراف المعياري

للعينة يتم الاعتماد على العلاقة :

$$S\bar{x} = \sqrt{\frac{(xi - \bar{X})^2}{n}}$$

ولكن عند تقدير الانحراف المعياري للمجتمع فإنه يتم استخدام العلاقة:

$$\hat{S}\bar{x} = \sqrt{\frac{(xi - \bar{X})^2}{n-1}}$$

فلقد تمت القسمة على  $1-n$  بدل  $n$  لأنه تم حساب احد مقاييس من العينة اللازمة لحساب الانحراف المعياري وهذا المقياس ,

وبصفة عامة انه عند تقدير اي مقياس يجب ملاحظة عدد المقاييس التي حسبت من العينة و التي تلزم لحساب ذلك المقياس لأخذة بعين الاعتبار لتحديد درجات الحرية.

$$\hat{S}_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{(xi-\bar{X})^2}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{(283-301)^2+(317-301)^2+(303-301)^2+(291-301)^2+(297-301)^2+(300-301)^2+(305-301)^2+(295-301)^2+(310-301)^2+(309-301)^2}{10-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{898}{9}} = 9,98.$$

#### التقدير بفترة

عموما لا يمكن توقع الحصول على تقدير لمعلمة المجتمع بدون خطأ م هما كان التقدير جيدا، ومع أن دقة التقدير تزداد مع زيادة حجم العينة فإنه لا يوجد ما يبرر إمكانية الحصول على تقدير لمعلمة المجتمع

بدون خطأ، ول هذا يتم إعطاء مجال أو فترة يُتوقع وجود معلمة المجتمع داخلها، تلك الفترة يطلق على هذه فترة التقدير، أو فترة الثقة. فتقدير الفترة إذن يحدد مدى معين من القيم نتوقع أن تقع ضمنه معلمة المجتمع

#### شرح فترة الثقة

تعتبر فترة الثقة من الادوات القوية التي تعطي معلومات عن المعلمة المجهولة (مثل  $\mu$ ) بالاستعمال نحاول شرح بعض النقاط حول طبيعة فترة الثقة ونكتفي بشرح فترة الثقة 95% العينة،

مثال: نفرض اننا اخدنا عينة عشوائية حجمها  $n$  من مجتمع طبيعي تباينه معلوم

$$\bar{X} \sim N(\mu, 6)$$



من جدول التوزيع الطبيعي نجد ان :

$$P(-1,96 \leq z \leq +1,96) = P\left(-1,96 \leq \frac{X-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq +1,96\right) = 0,95$$

وبعد إجراء العمليات الحسابية وتبسيط هذه العلاقة نجد أن

$$P(\bar{X} - 1,96 \sigma / \sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{X} + 1,96 \sigma / \sqrt{n}) = 0,95.$$

وهكذا تم تحديد طرفي مجال الذي يقع ضمنه المتوسط الحسابي للمجتمع اي ان الحد الادنى للفترة هو

$$\bar{X} - 1,96 \sigma / \sqrt{n}$$

بينما الحد الاعلى للفترة هو

$$\bar{X} + 1,96 \sigma / \sqrt{n}$$

ان تفسير الاحتمال التالي:

$$P(\bar{X} - 1,96 \sigma / \sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{X} + 1,96 \sigma / \sqrt{n}) = 0,95.$$

ان التكرار النسبي لمحاولات المعاينة الكثيرة المتكررة يحدد 95 بالمائة من فترات الثقة ستحوى  $\mu$  و ان 5 بالمائة منها لا تحويها.

والجدول الموالي يوضح أهم مستويات الثقة ومعاملاتها في حالة استخدام التوزيع الطبيعي في

التقدير

الجدول: اهم مستويات الثقة ومعاملاتها في حالة استخدام التوزيع الطبيعي

مستويات الثقة				الرمز	
0,90	0,95	0,98	0,99	$1-\alpha$	مستوى الثقة
0,10	0,05	0,02	0,01	$\alpha$	مستوى المعنوية
0,45	0,475	0,49	0,495	$0,5-\alpha/2$	الاحتمال
<b>1,645</b>	<b>1,96</b>	<b>2,33</b>	<b>2,58</b>	<b><math>Z_c = Z_{0,5-\alpha/2}</math></b>	معامل الثقة

وتلخص خطوات إيجاد حدود فترة الثقة في ما يلي:

1-تعيين مستوى الثقة

2-استنتاج معاملات الثقة للمستويات الأكثر استعمالا مثل (0.99-0.90-0.95) اما في الحالات الاخرى فيتم حساب الاحتمال بطرح نصف مستوى المعنوية من 0.5 او 1 و ايجاد قيمة معامل الثقة المقابل للاحتمال.

3- حساب حدود مجال الثقة

فترة الثقة لمتوسط مجتمع طبيعي تباينه معلوم

اذا اخذت عينة عشوائية حجمها  $n$  و مجتمع طبيعي  $(\mu, N \cdot \sigma^2)$  و كانت معلومة  $\sigma^2$  فان فترة الثقة (1- $\alpha$ ) للمعلمة  $\mu$  هي :

$$\left[ \bar{X} - Z_{0,5 \frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{X} + Z_{0,5 \frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

حيث :

$\bar{X}$ : متوسط العينة

(1- $\alpha$ ): مستوى الثقة

$Z_{0,5 \frac{\alpha}{2}}$ : معامل الثقة

مثال

شركة مختصة في صناعة العجلات المطاطية تخضع اقطارها للتوزيع الطبيعي بانحراف معياري 1 سم. اخذت عينة عشوائية حجمها 16 عجلة, فكان الوسط الحسابي لأقطار هذه العجلات 40 سم المطلوب: اوجد فترة الثقة 99 بالمائة لمعدل اقطار العجلات التي تنتجها الشركة؟

## الحل

$\bar{X}$  متوسط العينة هو 40 ومنه تقدير  $\mu$  هو 40 .

1- مستوى الثقة هو 99 بالمائة

$$1-\alpha=0,99 \rightarrow \frac{\alpha}{2}=0,005 \rightarrow 0,5-0,005=0,4950$$

ومنه معامل الثقة هو :

$$Z_{0,5 \frac{\alpha}{2}}=2,58$$

3- فترة الثقة هي :

$$\left[ \bar{X} - Z_{0,5 \frac{\alpha}{2}} * \frac{6}{\sqrt{n}}; \bar{X} + Z_{0,5 \frac{\alpha}{2}} * \frac{6}{\sqrt{n}} \right]$$

وبعد التعويض نجد:

$$\left[ 40 - 2,58 * \frac{1}{\sqrt{16}}; 40 + 2,58 * \frac{1}{\sqrt{16}} \right]$$

اي ان فترة الثقة هي :

$$[39,355 ; 40,25]$$

**فترة الثقة للمتوسط في حالة المجتمعات الكبيرة**

نستطيع من خلال النظرية السابقة تقدير فترة الثقة للمتوسط إذا كانت المعاينة من مجتمع طبيعي

تباينه معلوم، لكن إذا لم يكن المجتمع خاضعا للتوزيع الطبيعي، فكيف يتم تقدير تلك الفترة؟

يمكن استعمال نظرية النهاية المركزية عندما تكون العينة كبيرة ولذلك نستطيع استعمال النظرية التالية:

**نظرية:** اذا اخدت عينة عشوائية حجمها  $n$  و المجتمع ليس ضروري ان يكون طبيعيا ( $N \cdot \sigma^2$ ) ، وكانت

$\sigma^2$  معلومة ، وحجم العينة كبير فان فترة الثقة  $(1-\alpha)$  للمعلمة  $\mu$  هي تقريبا :

$$\left[ \bar{X} - Z_{0,5 \frac{\alpha}{2}} * \frac{6}{\sqrt{n}}; \bar{X} + Z_{0,5 \frac{\alpha}{2}} * \frac{6}{\sqrt{n}} \right]$$

مثال: اخدت عينة عشوائية حجمها 100 , متوسطها الحسابي 52 من مجتمع نبايته 25

المطلوب: اوجد فترة الثقة 98 % لوسط المجتمع  $\mu$ ؟

الحل

$\bar{X}$  متوسط العينة هو 52

$$100 = n$$

$$0.98 = 1 - \alpha$$

$\sigma^2 = 25$  المجتمع مجهول التوزيع

بما ان حجم العينة اكبر من 30 تطبق النظرية النهائية المركزية, ونحصل على تقريب لفترة الثقة كما يلي:

1- مستوى الثقة 98%

$$1 - \alpha = 0,98 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,01 \rightarrow 0,5 - 0,01 = 0,4900$$

ومنه معامل الثقة هو:

$$Z_{0,5 \frac{\alpha}{2}} = 2,33$$

3- فترة الثقة هي :

$$\left[ \bar{X} - Z_{0,5 \frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{X} + Z_{0,5 \frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

وبعد التعويض نجد:

$$\left[ 52 - 2,33 * \frac{5}{\sqrt{100}}; 52 + 2,33 * \frac{5}{\sqrt{100}} \right]$$

اي ان فترة الثقة هي :

$$[50,835 ; 53,165]$$

## فترة الثقة للمتوسط في العينات الكبيرة في مجتمعات مجهولة التباين

غالبا ما يكون تباين  $\sigma^2$  مجهولا وحجم العينة كبيرا, لذلك نستعمل الانحراف المعياري للعينة S بدل الانحراف المعياري للمجتمع<sup>38</sup>. وفي هذه الحالة تكون فترة الثقة:

$$\left[ \bar{X} - Z_{0,5 \frac{\alpha}{2}} * \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{X} + Z_{0,5 \frac{\alpha}{2}} * \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$$

مثال: اخدت عينة من مصابيح كهربائية حجمها 64, ووجد بان متوسط اعمارها الاقتصادي 800 ساعة بالانحراف معياري 40 ساعة, اوجد فترة الثقة 95% لمعدل اعمار المصابيح؟

الحل

لدينا

$$n=64 \quad \bar{x} = 800 \quad S=40 \quad 1-\alpha=0,95$$

بما ان حجم العينة اكبر من 30 يمكن الاستناد الى النظرية النهائية المركزية و الاعتماد على الانحراف المعياري للعينة في تحديد مجال الثقة لمتوسط اعمار المصابيح عند مستوى 95% كما يلي:

1-مستوى الثقة هو 95%

$$1-\alpha=0,95 \rightarrow \alpha/2=0,025 \rightarrow 0,5-0,025=0,4750$$

ومنه معامل الثقة هو:

$$Z_{0,5 \frac{\alpha}{2}}=1,96$$

فترة الثقة هي

$$\left[ \bar{X} - Z_{0,5 \frac{\alpha}{2}} * \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{X} + Z_{0,5 \frac{\alpha}{2}} * \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$$

<sup>38</sup> سالم عيسى بدر، عماد غصاب عباينة، مبادئ الإحصاء الوصفي والاستدلالي، دار المسيرة، عمان، الأردن، 2007 ص 28.

وبعد التعويض نجد:

$$\left[ 800 - 1,96 * \frac{40}{\sqrt{64}} ; 800 + 1,96 * \frac{40}{\sqrt{64}} \right]$$

أي أن فترة الثقة هي

$$[790,2 ; 809,8]$$

## الفصل الثالث :انواع العينات

### 1- العينات العشوائية

1-1 العينة العشوائية البسيطة

1-2 العينة العشوائية الطبقية

1-3 العينة العشوائية المنتظمة

1-4 العينة العشوائية العنقودية

1-4-1 العينة العشوائية العنقودية ذات المرحلة الواحدة

1-4-2 العينة العشوائية العنقودية ذات المرحلتين

### 2- العينات غير العشوائية

2-1 العينات الصدفية

2-2 العينات القصدية

### 1-العينات العشوائية

## 1-1 العينة العشوائية البسيطة

### تعريفها

إذا كان لدينا مجتمع يتكون من  $N$  مفردة و نرغب في اختيار عينة عشوائية حجمها  $n$  مفردة فإن المعاينة العشوائية البسيطة هي المعاينة التي تعطي لكل مفردة من مفردات المجتمع نفس فرصة الاختيار, اي تعطي لكل مفردة احتمالا متساويا لاختيارها في العينة. ويطلق على هذا النوع من المعاينة اسماء عديدة و من اهم هذه الاسماء هي : العينة غير المقيدة و عينة تكافؤ الفرص.

**مزاياها:** تتسم طريقة السحب العشوائي البسيط بالمزايا التالية:

-اسهل انواع العينات وابطط تقنية سحب

-خالية من خطأ التحيز و ان وجد يكون في اضييق الحدود الممكنة.

-تطبق عليها القوانين و النظريات الاحصائية لحساب حدود الصدفة و العشوائية للنتائج المستخرجة منها.

**عيوبها:** ومن عيوب هذه الطريقة :

-تعطي اكبر تباين في جميع الاساليب المستخدمة

-يمكن ان تكون جميع الوحدات المنتقاة من للعينة من نفس النوع مما يجعل المعالم المقدرة اقل دقة لتفسير ذلك. مثال: دراسة تشمل مجتمعا لعدد الموجودين بمعهد الخدمة الاجتماعية فان احتمال موجود ان العينة يمكن ان تكون جميع افرادها من الاساتذة فقط او طلاب فقط او الاداريون فقط وهكذا دون ان تشارك الافراد الاخرون في العينة مع اختلاف خصائص مفردات ذلك المجتمع حسب انتمائهم.

-صعوبة الحصول على قوائم كاملة عن جميع مفردات المجتمع و يتطلب ذلك كثيرا من النفقات في المال و الوقت و الجهد

**شروط اختيارها**



-وجود اطار للمجتمع يكون حديثا وشاملا لكل مفردات المجتمع.

-تحديد حجم العينة

-يتم اختيار كل مفردة من مفردات العينة مستقلة عن اختيار المفردات الاخرى اي يكون لكل مفردة من مفردات المجتمع الاصلي فرصة متساوية مع غيرها من المفردات في اختيار ضمن مفردات العينة.

**طرق اختيارها**

هناك ثلاث طرق اساسية يمكن اتباعها لاختيار العينة العشوائية و هي:

**الطريقة الاولى**

يقوم الباحث باعداد قائمة بها جميع العينات المحتملة تكوينها من مجتمع البحث فمثلا لو كان لدينا مجتمع مكون من 6 مفردات و اردنا معرفة العينات الممكن تكوينها من هذا المجتمع بحيث يكون حجم العينة كل منها مفردتين فقط.

و للتبسيط سوف نعطي الرموز (ا-ب-ج-د-ه-و) لمفردات المجتمع فان العينات الممكن تكوينها تكون في الجدول التالي(السحب بدون ارجاع المفردة):

رقم العينة	مفردات العينة	رقم العينة	مفردات العينة	رقم العينة	مفردات العينة
1	ا,ب	6	ب,ج	11	ج,ه
2	ا,ج	7	ب,د	12	ج,و
3	ا,د	8	ب,ه	13	د,ه
4	ا,ه	9	ب,و	14	د,و
5	ا,و	10	ج,د	15	ه,و

ان عدد العينات التي يمكن سحبها يتم حسابه كالتالي:

اولا : في حالة السحب بدون ارجاع (عدم اعادة المفردة قبل سحب التي تليها)

في هذه الحالة يتم استبعاد المفردة او العينة في كل مرة قبل سحب الثانية و بتالي نستخدم فكرة التوافق حيث يتم توفيق عدد 2 مفردة وهم حجم العينة من بين 6 مفردات وهم حجم المجتمع كله في العلاقة التالية:

$$C_N^n = C_6^2 = \frac{6!}{(6-2)!2!} = \frac{6!}{4!2!} = \frac{6*5*4*3*2*1}{4*3*2*1*2*1} = \frac{30}{2} = 15$$

15 عينة .

حيث ان n هي حجم العينة و N حجم المجتمع الكلي.

ثانيا: في حالة السحب بارجاع (اعادة المفردة قبل سحب التي تليها)

في هذه الحالة يتم اعادة المفردة المسحوبة في كل مرة قبل سحب الثانية و بتالي يظل حجم المجتمع ثابت في كل مرة و لا ينقص وهنا نستخدم فكرة الاسس في العلاقة التالية:

$$N^n = 6^2 = 6*6 = 36$$

36 عينة .

بعد ذلك يقوم الباحث بتسجيل رقم كل عينة في القصاصه من الورق او كرة من الكرات ثم يخطط هذه القصاصات حتى يكون السحب عشوائيا تماما و تعطى فرصة متساوية لكل المجموعة في الظهور في العينة المختارة ثم يتم سحب القصاصه و يقرأ الرقم على هذه القصاصه فيقع الاختيار على العينة التي تحمل هذا الرقم المختار.مثال: لو قام الباحث في المثال السابق بسحب قصاصه تحمل رقم (5) لكانت العينة المؤلفة من المفردات (هـ و) هي العينة التي تمثل المجتمع و هكذا.

الطريقة الثانية

كثيرا ما يتعذر على الباحث اتباع الطريقة السابقة في اختيار العينة العشوائية البسيطة خصوصا في حالة كثرة عدد مفردات مجتمع البحث فمثلا لو كان حجم المجتمع 100 مفردة و حجم العينة المطلوب سحبها 3 مفردات فان السحب بدون ارجاع هو:

$$C_N^n = C_{100}^3 = \frac{100!}{(100-3)!3!} = \frac{100!}{97!3!} = \frac{100*99*98*.....*1}{97*96*95*....*1*3*2*1} = 161700$$

161700 عينة.

هذا في حالة سحب العينة بدون ارجاع اما عدد العينات في حالة الارجاع فتكون تساوي  $100^3$

وتساوي 1000000 عينة. فلا يستطيع الباحث بكتابة مليون قصاصة ورق لكي يسحب منهم عينة تحتوي على ثلاث مفردات فقط. في هذه الحالة يلجا الباحث الى طرق اخرى لا جراء عملية السحب . لذلك فقد اعد بعض الإحصائيين جداول اطلق عليها اسم جداول الارقام العشوائية ذلك لاستخدامها مباشرة دون الرجوع الى نظام الورق او القصاصات و في مايلي خطوات استخدام هذه الجداول :

- 1- اذا نظرنا الى جداول الارقام العشوائية نجد انه يتكون من مجموعة من الرقام بين 1 و 9 مرتبة في صورة صفوف و اعمدة بمعنى ليست مرتبة بصورة منتظمة و لكن تم اختيار ارقام كل عمود او كل صف بصورة عشوائية بحيث يكون لكل رقم فرصة متساوية في الظهور و التكرار في العمود او الصف الواحد. وقد تم وضع هذه الارقام العشوائية في شكل مجموعات تضم اعمدة و صفوفها بحيث تحتوي كل مجموعة في كثير من الاحيان على خمسة اعمدة و ذلك حتى يسهل استخدامها و قراءتها. و يمكن قراءة عمود واحد فقط من المجموعة او عمودين فقط و ذلك من اليمين او من اليسار للمجموعة .
- 2- ترقم جميع مفردات المجتمع ترقيما تسلسليا و يحدد عدد الاعمدة (عدد الصفوف) التي يتم فيه البحث عن مفردات العينة طبقا لحجم المجتمع مثال :

- 1- اذا كان حجم المجتمع يتكون من رقم واحد فإننا نختار عمود واحد للبحث فيه.
- 2- اذا كان حجم المجتمع يتكون من رقمين اثنين اي من 10 الى 99 فإننا نختار عمودين ابحت فيهم.
- 3- اذا كان حجم المجتمع يتكون من ثلاثة ارقام اي من 100 الى 999 فإننا نختار ثلاث اعمدة . وهكذا يكون عدد الاعمدة (عدد الصفوف) التي نبحث فيها عن مفردات العينة مساو لعدد الارقام التي تكون المجتمع الاصلي.

و بتطبيق هذا المثال على المثال السابق نحصل على النتيجة التالية:

k-1

ك-2

3←ج

4←د

5←هـ

6←و

وبما ان حجم المجتمع 6 مفردات اي يتكون من رقم واحد فإننا نختار عمود او صفا واحد للبحث فيه عن مفردات العينة المطلوبة.

4-اختيار نقطة البدء في جداول الارقام العشوائية حيث تحدد النقطة البداية التي نبدأ بها في الصفوف او الاعمدة و قد تكون هذه النقطة اي نقطة في الجداول فاذا كانت هذه النقطة ضمن الارقام المسلسلة للاطار

تكون هي المفردة الاولى في العينة و يمكن الاستمرار بعد ذلك اما عموديا او أفقيا بشرط الاستمرار في نفس الاتجاه الى ان يتم اختيار جميع مفردات العينة.

يوجد اقتراح لبعض الإحصائيين لتحديد نقطة البدء حيث يمسك الباحث بقلم رصاص و يغمض عينيه ثم يضع القلم الرصاص على اي رقم عشوائي لا يعرفه ليكون هو نقطة البدء في عملية الاختيار ومن ثم يتحقق مبدئ العشوائية بداية الاختيار وبالتالي مبدئ العشوائية و الصدفة الذي يقوم عليه نظام المعاينة العشوائية البسيطة.

وفيما يلي بعض الاسئلة التي توضح كيفية استخدام جداول الارقام العشوائية (الحل في حصة الاعمال الموجهة)

1-مطلوب اخذ عينة عشوائية مكونة من خمس طلاب من قاعة محاضرات معهد الخدمة الاجتماعية و التي عدد طلابها الاجمالي 175 باستخدام جداول الارقام العشوائية. ما هي الخطوات المتبعة لاستخراج هذه العينة؟

2-نفس المثال رقم 1 و لكن حجم العينة 20 مفردة و ليست 5 مفردات. ما هي الخطوات المتبعة لاستخراج هذه العينة؟

3- يوجد 45 طالبا يدرسون مقررا ما ونرغب في اختيار عينة عشوائية مكونة من خمس طلاب باستخدام جداول الارقام العشوائية , اشرح كيفية اختيار العينة؟

4- لدينا 30 موظفا في احدى الوزارات و نرغب في اختيار عينة عشوائية مكونة من عشرة موظفين باستخدام جداول الارقام العشوائية وذلك لدراسة و تقدير المستحقات المالية لموظفي هذه الوزارة , اشرح كيفية اختيار هذه العينة؟

3- مطلوب اخذ عينة عشوائية مكونة من 10 افراد معوقين من بين المعوقين في خمس مؤسسات اجتماعية لعلاج المعوقين و ذلك باستخدام جداول الارقام العشوائية علما بان المعوقين الموجدين بكل مؤسسة حسب الجدول التالي:

رقم المؤسسة	1	2	3	4	5	المجموع
عدد المعوقين	75	200	30	60	430	795

### الطريقة الثالثة

طريقة البرامج الالية : يمكن استخدام البرامج الالية للحصول على الارقام العشوائية بدلا من جداول الارقام العشوائية حيث توجد عدة برامج لهذا الغرض.

### تقدير متوسط المجتمع

يعتبر تقدير متوسط المجتمع احد الاهداف الاساسية للمعاينة, نفرض ان لدينا مجتمعا يتكون من N مفردة هي :  $Y_1, 2Y, \dots, Y_n$

فان رمز لمتوسط المجتمع يرمز له  $\mu$  فان :

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i}{N}$$

كما ان تباين المجتمع  $\sigma^2$  هو :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \mu)^2}{N}$$

ومن البديهي ان قيمة  $\mu$ ,  $\sigma^2$  غير معلومتين و نرغب في تقدير كل منهما من خلال اختيار عينة عشوائية بسيطة حجمها  $n$ , فاذا اعتبرنا ان مفردات هذه العينة العشوائية البسيطة هي:

$$Y_1, Y_2, \dots, Y_n$$

فيكون وسطها الحسابي هو:

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

كما ان تباين العينة العشوائية البسيطة  $S^2$  هو:

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2$$

ومن الطبيعي ان نأخذ الوسط الحسابي للعينة كمقدر لمتوسط المجتمع  $\mu$ .

وسوف نبرهن ان الوسط الحسابي للعينة العشوائية البسيطة مقدر غير متحيز للمجتمع اي ان :

$$E(\bar{Y}) = \mu$$

ان قيمة واحدة للوسط الحسابي  $\bar{Y}$  و التي يتم الحصول عليها من عينة واحدة حجمها  $n$  تعتبر تقديرا بنقطة لمتوسط المجتمع  $\mu$ . وحتى نضمن جودة هذا التقدير فانه يجب وضع حد لخطا هذا التقدير. لوضع حد لخطا التقدير يمكننا وضع حد اعلى وحد ادنى لمتوسط المجتمع  $\mu$  بمعامل ثقة معين. سوف نعتمد على تباين الوسط الحسابي للعينة العشوائية البسيطة عند حساب هذا الحد على خطا التقدير.

تباين الوسط الحسابي للعينة العشوائية البسيطة في حالة السحب بالرجاع هو:

$$V(\bar{Y}) = \frac{\sigma^2}{n} * \frac{N-n}{N-1}$$

في حالة المجتمع المحدود او عند سحب المفردات العينة العشوائية بدون ارجاع

$$V(\bar{Y}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

ملاحظة: في حالة المجتمع اللانهائي او عند اختيار مفردات العينة العشوائية مع الارجاع من الواضح ان هذا التباين يقل كلما زاد حجم العينة العشوائية البسيطة.

مثال: مجتمع يتكون من اربعة مفردات هي 2-3-5-6

-احسب متوسط و تباين هذا المجتمع؟

-استخرج جميع العينات من مفردتين التي يمكن سحبها بدون ارجاع؟

-احسب متوسط و تباين الوسط الحسابي لهذه العينات؟

**الحل**

$$N=4$$

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i}{N} = \frac{2+3+5+6}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^2}{N} = \frac{(2-4)^2 + (3-4)^2 + (5-4)^2 + (6-4)^2}{4} = \frac{4+1+1+4}{4} = \frac{10}{4} = 2,5$$

وإذا اردنا اختيار عينة عشوائية من مفردتين (بدون ارجاع) من هذا المجتمع فإننا نلاحظ ان هناك ست عينات من الممكن اختيارها بطريقة التوافق

$$C_2^4 = \frac{4!}{(4-2)! 2!} = \frac{4*3*2*1}{2*1*2*1} = 6$$

وهي (3,2) , (5,2) , (6,2) , (5,3) , (6,3) , (6,5)

فرص اختيار هذه العينات متساوية فان احتمال اختيار اي عينة يساوي

$$\frac{1}{6}$$

متوسط العينات على الترتيب هي:

$$2,5 - 3,5 - 4 - 4 - 4,5 - 5,5$$

كما ان هذه المتوسطات تحدث باحتمال 6/1 فيكون توقع و تباين الوسط الحسابي للعينة العشوائية هما:

$$\mu_{\bar{y}} = E(\bar{y}) = \sum_{n=1}^6 P(\bar{y}) = 2,5 * \frac{1}{6} + 3,5 * \frac{1}{6} + 4 * \frac{1}{6} + 4 * \frac{1}{6} + 4,5 * \frac{1}{6} + 5,5 * \frac{1}{6} = \frac{24}{6} = 4$$

وهو نفس قيمة متوسط المجتمع  $\mu$  كما ان :

$$V(\bar{y}) = \frac{\sum_{n=1}^6 (y - \mu)^2}{6} = \frac{5}{6}$$

ويمكن الحصول على هذه النتيجة باستخدام المعادلة التالية مباشرة حيث:

$$V(\bar{y}) = \frac{6^2}{n} * \frac{N-n}{N-1} = \frac{2,5}{2} * \frac{4-2}{4-1} = \frac{5}{6}$$

**تقدير تباين المجتمع**

نعلم ان تباين المجتمع  $\sigma^2$

غالبا ما يكون مجهولا غير معروف قيمته و يمكن استخدام تباين العينة العشوائية البسيطة  $S^2$

في ايجاد تقدير غير متحيز لتباين المجتمع.

**نظرية:**

في العينة العشوائية البسيطة يكون

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

تقدير غير متحيزا للمعلمة  $\sigma^2$

**البرهان:**

يمكن كتابة

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^n (y_i - \mu) - (\bar{y} - \mu)^2 \\ &= \frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2 - n(\bar{y} - \mu)^2 \end{aligned}$$

وبذلك يكون :

$$\begin{aligned} E(S^2) &= \frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^n E(y_i - \mu)^2 - nE(\bar{y} - \mu)^2 \\ &= \frac{1}{n-1} * n\sigma^2 - n v(\bar{y}) \end{aligned}$$



و بالتعويض عن

$V(\bar{y})$  بقيمته نجد ان :

$$E (s^2) = \frac{1}{n-1} * n\sigma^2 - \sigma^2 * \frac{N-n}{N-1}$$
$$= \frac{N}{N-1} * \sigma^2 = S^2$$

وعلى ذلك فان

$$E (s^2) = S^2$$

اي ان تباين العينة  $s^2$  تقديرا غير متحيز لتباين المجتمع المعدل

$$S^2$$

كما ان

$$E\left(\frac{N-1}{N} * s^2\right) = \sigma^2$$

اي ان

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{N-1}{N} * s^2$$

مقدرا غير متحيز لتباين المجتمع  $\sigma^2$

**نتيجة:**

في حالة المجتمعات الكبيرة او في حالة السحب مع الارجاع يكون تباين العينة

$s^2$  مقدرا غير متحيز لتباين المجتمع  $\sigma^2$

**البرهان:**

في هذه الحالة نعلم ان:

$$V(\bar{y}) = \frac{\sigma^2}{n}$$

وعلى ذلك فانه بالتعويض عن  $V(\bar{y})$

بقيمه نجد ان :

$$E(s^2) = \frac{1}{n-1} * n\sigma^2 - \sigma^2 = \sigma^2$$

تقدير تباين الوسط الحسابي للعينة العشوائية البسيطة

عندما يكون تباين المجتمع  $\sigma^2$

مجهولا فانه يمكن تقدير تباين الوسط الحسابي للعينة العشوائية البسيطة وذلك باستبدال

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{N-1}{N} * s^2$$

بدلا من  $\sigma^2$

او استبدال  $s^2$  بدلا من  $\sigma^2$

فنجد ان

$$V(\bar{y}) = \frac{s^2}{n} * \frac{N-n}{N} = \frac{s^2}{n} * (1-f)$$

وهذا التقدير غير متحيز حيث اننا استخدمنا  $s^2$  وهو تقدير غير متحيز لتباين المجتمع المجهول

$S^2$ .

**الحد على الخطأ في التقدير**

نعلم من نظرية النهاية المركزية ان توزيع المعاينة للوسط الحسابي يقترب من التوزيع الطبيعي عندما يكون حجم العينة العشوائية كبيرا (حجم العينة اكبر من 30). حيث اننا نعلم ان الوسط الحسابي للعينة

العشوائية هو تقدير النقطة (تقدير بقيمة واحدة) لمتوسط المجتمع  $\mu$ . وحتى نستطيع ان نحدد الى اي درجة سيكون هذا التقدير قريبا من متوسط المجتمع  $\mu$  يلزم وضع حد B على خطأ الذي يمكن ان يحدث

في هذا التقدير و حيث ان خطأ المعياري للتقدير

$\bar{y}$  هو

$$\sqrt{v(\bar{y})}$$

فيكون الحد على خطأ التقدير هو

$$B=2\sqrt{v(\bar{y})}$$

$$=2\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} * \frac{N-n}{N-1}}$$

$$=2\sqrt{\sqrt{(S^2/n)} * (1 - f)}$$

بدرجة ثقة 95%.

ويكون من السهل حساب B اذا كان تباين المجتمع  $\sigma^2$

معلوما اما اذا كانت  $\sigma^2$  مجهولة فيمكننا استخدام تباين العينة العشوائية

$s^2$  وفي هذه الحالة يكون :

$$B=2\sqrt{\frac{s^2}{n} * \frac{N-n}{N}}=2\sqrt{\frac{s^2}{n} * (1 - f)}$$

وتستخدم B في تكوين فترة الثقة لمتوسط المجتمع و التي تكون على الصورة التالية:

$$\bar{y}-B \leq \mu \leq \bar{y}+B$$

بدرجة الثقة 95%

$\bar{y}+B$  هو الحد الاعلى لفترة الثقة

$\bar{y}-B$  هو الحد الادنى لفترة الثقة

مثال:

اخترنا عينة بسيطة حجمها عشرة طلاب من بين طلبة كلية العلوم البالغ عددهم 280 طالبا وذلك لدراسة المتوسط الشهري لدخل الطلاب. فكانت نتائج العينة كما يلي:

$$\bar{y} = \text{متوسط الحسابي} = 1600$$

$$s^2 = \text{تباين العينة} = 820$$

اوجد فترة الثقة لمتوسط دخل الطلاب بالكلية؟

الحل:

لايجاد حدود الثقة لمتوسط المجتمع  $\mu$  نحسب قيمة الحد على الخطا التقدير **B**. نعلم ان :

$$B = 2\sqrt{\hat{v}(\bar{y})}$$

$$\hat{v}(\bar{y}) = \frac{s^2}{n} * \frac{N-n}{N} = \frac{820}{10} * \frac{280-10}{280} = 79$$

$$B = 2\sqrt{79} = 17,8$$

وعلى ذلك فان الحد الاعلى لفترة الثقة هو:

$$\bar{Y} + B = 1600 + 17,8 = 1617,8$$

و الحد الادنى لفترة الثقة هو:

$$\bar{Y} - B = 1600 - 17,8 = 1582,2$$

وبذلك نستطيع القول بدرجة الثقة 95% ان متوسط المجتمع  $\mu$  واقع في الفترة (1582.2-1617.8).

### تقدير النسبة في المجتمع

قد يكون الهدف من اختيار العينة عشوائية من المجتمع هو استخدامها في تقدير نسبة صفة معينة في مفردات هذا المجتمع. فعلى سبيل المثال قد نرغب في تقدير نسبة الطلبة الذين يرغبون في تعلم حرف يدوية من بين طلبة المدارس الثانوية في مدينة ما او قد يرغب صاحب مصنع ما في معرفة نسبة السلع التالفة بين انتاج مصنعه.

نستخدم رمز  $p$  للدلالة على نسبة صفة محل البحث في المجتمع. و الرمز

$\hat{p}$  للتقدير الذي يحصل عليه من بيانات العينة.

نختار عينة عشوائية بسيطة و لتكن مفرداتها هي :

$$y_1, y_2, y_3 \dots y_n$$

لا يعتبر متغيرا عشوائيا بمعلمة  $p$  وعلى ذلك فان :

$$\mu = E(y_i) = p$$

$$\sigma^2 = v(y_i) = p(1-p) = pq$$

$$P = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \bar{y}$$

$\hat{p}$  ومن تم فان تباين المقدر هو

$$v(\hat{p}) = v\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i\right] = v(\bar{y})$$

$$= \frac{\sigma^2}{n} * \frac{N-n}{N-1}$$

$$= \frac{pq}{n} * \frac{N-n}{N-1}$$

ونظرا لان نسبة  $p$  لخاصة بالمجتمع مجهولة فان تقدير هذا التباين يعطى بالمعادلة التالية:

$$v(\hat{p}) = \frac{\hat{q}}{n-1} * \frac{N-n}{N} = \frac{pq}{n-1} (1-f)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{N-1}{N} * \frac{n}{n-1} * \hat{p} \hat{q}$$

وإذا كان المجتمع لا نهائيا اي عندما يكون

$N \rightarrow \infty$  ما لانهاية فان

$f = 0$  يكون :

$$\hat{V}(\hat{p}) = \frac{1}{n-1} \hat{p} (1-\hat{p})$$

و الحد على خطأ التقدير هو :

$$B = 2\sqrt{\hat{V}(\hat{p})}$$

و فترة الثقة للنسبة الحقيقية للمجتمع  $p$  هي

$$\hat{p} - B < p < \hat{p} + B$$

بدرجة ثقة 95%.

مثال:

يرغب احد مستوردي الاجهزة الكهربائية في تقدير نسبة التالف من احد انواع السلع التي وصلت مؤخرًا عددها 800 جهاز. ولهذا السبب قام باختيار عينة عشوائية بسيطة من 60 جهاز من هذه الشحنة فوجد من بينها ستة اجهزة تالفة. و المطلوب هو:

-تقدير نسبة الاجهزة التالفة في الشحنة كلها؟

-تقدير تباين هذه النسبة؟

-حساب قيمة الحد على الخطأ في تقدير النسبة؟

-ايجاد فترة الثقة لنسبة التالف في الشحنة؟

الحل :

1-تقدير نسبة التالف في الشحنة هو:

$$p = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{6}{60} = 0,10$$

2-تقدير تباين النسبة هو:

$$\hat{V}(\hat{p}) = \frac{\hat{p} \hat{q}}{n-1} * \frac{N-n}{N}$$

$$= \frac{0,1*0,9}{59} * \frac{800-60}{800} = 0,0014$$

3- الحد على خطأ في التقدير هو:

$$B=2\sqrt{\hat{v}(\hat{p})}=2\sqrt{0.0014}=0.075.$$

4- وعلى ذلك فانه بدرجة الثقة 95% تكون

$$0,10-0,075 \leq p \leq 0,10+0,075$$

$$0,025 \leq p \leq 0,175$$

### اختيار حجم العينة

لاحظنا سابقا انه كلما كبرت حجم العينة العشوائية كلما زادت كفاءة المقدرات المحسوبة منها ونقصت تقديرات تباين هذه المقدرات ولكن يقابل ذلك ارتفاع في التكلفة البحث و زيادة الجهد و الوقت المبذول. فاذا اردنا تقليل حجم العينة العشوائية لتقليص الوقت و الجهد المبذول و لخفض التكلفة و النفقات البحثية قابل ذلك تدني في كفاءة المقدرات وارتفاع قيمة تباين هذه المقدرات مما يعني فقدان هذه المقدرات لقيمتها و ما يتابعه من ضياع الوقت و الجهد و المال المبذول.

لهذا يتم تحديد حجم العينة الذي يجب اختياره بحيث لا يزيد الحد على الخطأ التقدير B عن قيمة معينة نحددها مقدما..

حيث ان :

$$B=2\sqrt{v(\hat{\theta})}$$

وبحل هذه المعادلة نحصل على تقدير لحجم العينة الذي يجب اختياره بحيث لا يزيد الحد على خطأ التقدير عن قيمة B المحددة مسبقا. وذلك بدرجة ثقة 95%.

### حجم العينة الازم لتقدير متوسط المجتمع

حيث ان

$$B=2\sqrt{v(\bar{y})}$$

$$=2\sqrt{\frac{6^2}{n} * \frac{N-n}{N-1}}$$

وبتربيع الطرفين نحصل على:

$$B^2=4\left(\frac{6^2}{n} * \frac{N-n}{N-1}\right)$$

وبوضع

$$A=\frac{B^2}{4}$$

وبإعادة ترتيب الحدود نجد ان ك

$$n=\frac{N 6^2}{(N-1)A+6^2}$$

مثال:

اوضحت احدى الدراسات السابقة ان هناك عددا من الشيكات المصرفية المقدمة لتحصيل لا يتم تحصيلها لعدم وجود رصيد للعميل وقد كان تباين هذه الشيكات هو 510 ريال سعودي. ويراد سحب عينة من بين 650 شيكا ليس لها رصيد وذلك لدراسة متوسط قيمة الشيك. اوجد حجم هذه العينة بشرط الا يزيد الحد على خطأ التقدير عن عشرة ريال.

الحل :

$$n=\frac{N 6^2}{(N-1)A+6^2}$$

و بما ان :

$$A=\frac{B^2}{4}=\frac{10^2}{4}=\frac{100}{4}=25$$

فان :

$$n=\frac{650*510}{649*25+510}=19,8=20$$

حجم العينة الازم لتقدير النسبة في المجتمع



قد نرغب في اختيار عينة عشوائية من المجتمع لتقدير نسبة اي صفة معينة . نريد معرفة حجم العينة بشرط الا يزيد الحد عن الخطأ التقدير B عن قيمة معلومة.

حيث ان:

$$B=2\sqrt{v(\hat{p})}$$

$$=2\sqrt{\frac{pq}{n} * \frac{N-n}{N-1}}$$

وبتربيع الطرفين نحصل على:

$$B^2=4\left(\frac{pq}{n} * \frac{N-n}{N-1}\right)$$

وبوضع:

$$A=\frac{B^2}{4}$$

وبإعادة ترتيب الحدود نجد ان :

$$n=\frac{Npq}{(N-1)A+pq}$$

حيث ان  $p$  غالبا تكون مجهولة فيمكننا تقديرها اما من بيانات عينة استطلاعية او من دراسات سابقة . و اذا لم يتوفر ذلك فعلى القارىء ان يتأكد من ان اكبر قيمة يمكن تاخذها  $n$  هي عندما تكون

$$P=1/2$$

و في هذه الحالة تكون :

$$n=\frac{N}{(N-1)B^2+1}$$

مثال

ترغب احدى الشركات السياحية في معرفة نسبة الطلبة بإحدى الكليات الذين يسافرون الى لندن في فترة العطلة الصيفية و حيث ان مقابلة و سؤال جميع طلبة الكلية البالغ عددهم 2000 طالب يعتبر

امرا بالغا الصعوبة فقد قررت الشركة اختيار عينة عشوائية لتقدير النسبة المطلوبة وذلك في حدود خطأ التقدير يساوي 4%. المطلوب هو معرفة حجم العينة؟

**الحل:**

حيث لا توجد لدى الشركة اية معلومة او تقدير عن نسبة الطلبة الذين يسافرون الى لندن خلال العطلة الصيفية فان:

$$n = \frac{N}{(N-1)B^2 + 1}$$

$$n = \frac{2000}{(2000-1)0,4^2 + 1} = \frac{2000}{1999*0,0016 + 1} = 477$$

477 طالبا .

**مثال**

يدرس بقسم الاحصاء 1000 طالب ' اختيرت عينة عشوائية بسيطة من 100 طالب فكان بينهم 35 طالبا يرغبون في دراسة الرياضيات كتخصص مساند .

1- اوجد تقديرا لنسبة الطلبة الذين يرغبون في دراسة الرياضيات كتخصص مساند من بين طلبة قسم الاحصاء. و احسب الحد على الخطأ في هذا التقدير؟

2- اوجد حجم العينة الذي يجب اختيارها لتقدير نسبة الطلبة الذين يرغبون في اختيار الرياضيات كتخصص مساند بشرط الا يزيد الخطأ عن 6% .

**الحل**

1- نسبة الطلبة الذين يرغبون في اختيار الرياضيات كتخصص مساند هي

$$\hat{p} = \frac{35}{100} = 0,35 = 35\%$$

وتقدير تباين هذا التقدير هو:

$$\hat{v}(\hat{p}) = \frac{N-n}{N} * \frac{\hat{p} \hat{q}}{n-1}$$

$$= \frac{1000-100}{1000} * \frac{0,35*0,65}{100-1} = 0,002068.$$

و الحد على خطأ التقدير هو:

$$B=2\sqrt{\hat{v}(\hat{p})}=2\sqrt{0,002068}=0,09.$$

2- حجم العينة الذي يجب اختيارها لتقدير نسبة الطلبة الذين يرغبون في اختيار الرياضيات كتخصص مساند بشرط الا يزيد الخطأ عن 6 %

$$n = \frac{Npq}{(N-1)A+pq}$$

حيث ان:

$$B = \frac{B^2}{4} = \frac{0,06^2}{4} = 0,0009$$

فان :

$$n = \frac{1000*0,35*0,65}{999*0,0009+0,35*0,65} = 202.$$

ومن تم يجب اختيار عينة اضافية حجمها 102 طالب هو:

$$n=202-100=102$$

## 1-2 العينة العشوائية الطبقية

ان الهدف من تصميم العينة هو الحصول على معلومات اكبر بتكلفة اقل سنتطرق الى اسلوب المعاينة يسمى بالعينة العشوائية الطبقية وهي تسهل الوصول الى معلومات كبيرة بالتكلفة ثابتة مقارنة بالعينة العشوائية البسيطة.

### تعريفها

نحصل على المعاينة العشوائية الطبقية بالاتباع الخطوات التالية:

ا- تصنيف مفردات المجتمع محل الدراسة الى مجموعات منفصلة غير متداخلة تسمى طبقات وذلك طبقا للخاصية محل الدراسة بحيث تكون مفردات كل مجموعة متجانسة فيما بينها و مختلفة عن باقي المجموعات.

ب- نقوم بسحب عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة (طبقة).

ج- تقدر معالم المجتمع المختلفة من خلال جميع هذه العينات العشوائية البسيطة التي تم اختيارها من جميع الطبقات (المجموعات).

### مثال

نرغب في اعداد دراسة عن خريجي احدى الجامعات لمعرفة نسبة من يرغب منهم في الالتحاق بوظيفة حكومية. فيكون مجتمع البحث هو جميع خريجين من هذه الجامعة. فاذا اخترنا عينة عشوائية بسيطة من هذا المجتمع فأننا لن نضمن تمثيل كل الكليات في العينة اي انه يمكن اي لا نجد خريجين جميع الكليات و بتالي فلن يتم تمثيل جميع التخصصات المختلفة للخريجين. و من ثم يكون من الافضل ان يتم اختيار عينة عشوائية بسيطة من بين خريجين كل كلية على حدة. وبتالي نضمن تمثيل جميع التخصصات المختلفة في العينة. اي يكون من الافضل اختيار عينة عشوائية طبقية و تكون الطبقة هي الكلية, و بذلك تمتاز العينة العشوائية الطبقية عن العينة العشوائية البسيطة بما يلي:

1- عندما يتم تقسيم مفردات المجتمع الى مجموعات اي طبقات مختلفة بحيث تكون مفردات كل مجموعة متجانسة فيما بينها فان ذلك ينعكس على تشتت كل مجموعة بحيث يصل الى اقل ما يمكن و يتحقق

ذلك في كل الطبقات مما يجعل الحد على خطأ التقدير اقل مما يمكن وبتالي حصول على تقدير افضل لمعالم المجتمع.

2- تساعد العينة العشوائية الطبقية على ضغط تكلفة المعاينة مقارنة باستخدام العينة العشوائية البسيطة. وذلك لإمكانية تصميم الحصول على القياسات و المعلومات المختلفة من مفردات العينة العشوائية الطبقية باقل قدر من التكلفة نظرا لتجانس مفردات الطبقة الواحدة وبتالي يمكن اختيار عينة عشوائية طبقية اكبر حجما مما لو استخدمت العينة العشوائية البسيطة لنفس التكلفة مما يحقق مأمونية افضل لتقديرات المجتمع.

3- قد يكون هدف دراسة ما هو ايجاد تقديرات لمعالم فئات جزئية من المجتمع . بمعنى اننا قد نرغب في تقدير معالم طبقة معينة في المجتمع و بتالي من الافضل اختيار العينة العشوائية الطبقية لانها ستساعد على تقدير المعالم المطلوبة لتلك الطبقة.

يجب ان تكون هذه المزايا الثلاث واضحة في ذهن الباحث عندما يفكر في اختار العينة العشوائية الطبقية و عند تحديد الطبقات المختلفة.

#### الشروط الاساسية عند اختيار العينة العشوائية الطبقية

يوجد مجموعة من الشروط الاساسية يجب مراعاتها عند اختيار العينة العشوائية الطبقية و هي:

- لابد ان تتوفر لكل افراد مجتمع الدراسة نفس الفرصة للظهور في عينة الدراسة

- يجب ان يتم الاختيار بشكل عشوائي دون اي تدخل شخصي من جانب الباحث

- ضرورة المعرفة الجيدة بمجتمع الدراسة وتكوينه

- ان يكون اطار المعاينة التي يعتمد عليه الباحث دقيق و حديث

#### مراحل استخدام اسلوب المعاينة الطبقية

ان من شروط استخدام العينة العشوائية البسيطة و جود تجانس بين وحدات المعاينة (مفردات المجتمع) للصفة المدروسة. و نظرا لصعوبة تحقق هذا الشرط في كثير من المسوح بالعينة' فانه يلجا الى طرق اخرى و غالبا يستخدم اسلوب العينة العشوائية الطبقية حيث يقسم المجتمع الى عدة مجموعات , كل

مجموعة تكون متجانسة للصفة المدروسة و تسمى الطبقة, بهدف الحصول على نتائج اكثر دقة . و استخدام اسلوب المعاينة الطبقيية يجب ان يراعى الدقة و خاصة عند اجراء المراحل التالية:

1-تكوين الطبقات

2-عدد الطبقات المراد تكوينها

3-حجم العينة في كل طبقة

4-تحليل البيانات لتصميم العينة الطبقيية .

يمكن التعبير عن الصورة العامة للعينة العشوائية الطبقيية كما يلي:

ا- تقسيم المجتمع الى طبقات مختلفة L بحيث ان كل مفردة من مفردات المجتمع اصبحت تنتمي الى احدى هذه الطبقات كما هو مبين في الجدول رقم 1 الذي يوضح مفردات الطبقات و معالمها.

جدول: الصورة العامة لمفردات المجتمع موزعة على الطبقات و معالمها

1	2	.....	J	.....	L
$Y_{11}$	$Y_{12}$	.....	$Y_{1j}$		$Y_{1L}$
$Y_{21}$	$Y_{22}$	.....	$Y_{2j}$		$Y_{2L}$
$Y_{31}$	$Y_{32}$		$Y_{3j}$		$Y_{3L}$
⋮	⋮		⋮		⋮
⋮	⋮		⋮		⋮
⋮	⋮		⋮		⋮
$Y_{N11}$	$Y_{N22}$		$Y_{Nj}$		$Y_{NL}$

حجم الطبقة	$N_1$	$N_2$	.....	$N_j$	.....	$N_L$
------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

متوسط الطبقة	$\mu_1$	$\mu_2$	.....	$\mu_j$	.....	$\mu_L$
تباين الطبقة	$\sigma^2_1$	$\sigma^2_2$	.....	$\sigma^2_j$	.....	$\sigma^2_L$

حيث ان :

$$\mu_j = \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} Y_{ij}$$

$$j=1,2,3,\dots,L$$

$$\sigma^2_j = \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} (Y_{ij} - \mu_j)^2$$

وان حجم المجتمع هو :

$$N = \sum_{j=1}^L N_j$$

و متوسط المجتمع هو :

$$\mu_{st} = \frac{1}{N} [Y_{11} + Y_{12} + \dots + Y_{NL}] = \mu$$

$$= \frac{1}{N} [N_1\mu_1 + N_2\mu_2 + \dots + N_L\mu_L]$$

$$= \sum_{j=1}^L \frac{N_j}{N} \mu_j$$

وتباين الطبقة المعدل هو

$$s^2_j = \frac{1}{N_j - 1} \sum_{i=1}^{N_j} (Y_{ij} - \mu_j)^2$$

و تباين المجتمع هو :

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^{N_j} (Y_{ij} - \mu)^2$$

و تباين المجتمع المعدل هو :

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^{N_j} (Y_{ij} - \mu)^2$$

ب- نختار عينة عشوائية بسيطة من كل طبقة و نفرض اننا سنختار من الطبقة  $j$  عينة عشوائية بسيطة حجمها  $n_j$

وبذلك يكون حجم العينة الطبقة  $n$  مساويا لمجموع العينات العشوائية البسيطة التي يتم سحبها من جميع الطبقات اي ان:

$$n = \sum_{j=1}^L n_j$$

و الجدول الاتي يعطي الصورة العامة للعينات العشوائية التي يتم اختيارها من جميع الطبقات.

جدول: الصورة العامة للعينة الطبقة

الطبقات

1	2	.....	J	.....	L
$Y_{11}$	$Y_{12}$	.....	$Y_{1j}$		$Y_{1L}$
$Y_{21}$	$Y_{22}$	.....	$Y_{2j}$		$Y_{2L}$
$Y_{31}$	$Y_{32}$		$Y_{3j}$		$Y_{3L}$
.	.		.		.
.	.		.		.
.	.		.		.
$Y_{N1}$	$Y_{N2}$		$Y_{Nj}$		$Y_{NL}$

حجم العينة من الطبقة	$n_1$	$n_2$	.....	$n_j$	.....	$n_L$
متوسط العينة من الطبقة	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	.....	$\bar{y}_j$	.....	$\bar{y}_L$



تباين العينة من الطبقة	$S^2_1$	$S^2_2$	.....	$S^2_j$	.....	$S^2_L$
---------------------------	---------	---------	-------	---------	-------	---------

حيث ان :

$$\bar{y}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} Y_{ij}$$

$$j=1,2,3,\dots,L$$

$$S^2_j = \frac{1}{n_j - 1} \sum_{i=1}^{n_j} (y_{ij} - \bar{y}_j)^2$$

كما ان متوسط العينة الطبقيّة هو :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^{n_j} y_{ij} = \sum_{j=1}^L \frac{n_j}{n} \bar{y}_j$$

و تباين العينة الطبقيّة هو :

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^{n_j} (y_{ij} - \bar{y})^2$$

### تقدير متوسط المجتمع

ان الهدف الاساسي من المعاينة هو تقدير بعض معالم المجتمع, و حيث ان متوسط المجتمع من اهم هذه المعالم وهنا طريقة تقديره :

### التقدير المستخدم في العينة العشوائية الطبقيّة

لاحظنا في الجدول السابق رقم 1 ان متوسط الطبقة  $z$  هو  $\mu_z$  و يعطى بالمعادلة التالية:

$$\mu_z = \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} Y_{ij}$$

$$j=1,2,3,\dots,L.$$

كما ان متوسط المجتمع (الجميع الطبقات) ويرمز له برمز

$\mu_{st}$  هو:

$$\mu_{st} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^L \sum_{i=1}^{N_j} Y_{ij} = \sum_{j=1}^L \frac{N_j}{N} \mu_j$$

وحيث انه سيتم سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها  $n_j$  من الطبقة  $j$  و من الجدول رقم 2 سابقا نلاحظ ان الوسط الحسابي لهذه العينة يعطى بالمعادلة التالية:

$$\bar{y}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} y_{ij}$$

حيث ان:

$$j=1,2,3,\dots,L$$

نعلم سابقا ان الوسط الحسابي للعينة العشوائية البسيطة من اي طبقة يعتبر مقدرا غير متحيز لمتوسط مجتمع هذه الطبقة, اي ان  $\bar{y}_j$  تقديرا غير متحيز للوسط  $\mu_j$ .

وعلى ذلك فان التقدير المستخدم في المعاينة الطبقية هو

$\bar{y}_{st}$  حيث ان :

$$\hat{\mu}_{st} = \bar{y}_{st} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^L N_j \bar{y}_j$$

نظرية 1 هي :

الوسط الحسابي للعينة الطبقية  $\bar{y}_{st}$  مقدرا غير متحيز لمتوسط المجتمع  $\mu_{st}$

نظرية 2:

الوسط الحسابي للعينة الطبقية مقدرا متحيز لمتوسط المجتمع الا في الحالة التي يكون فيها

$$\frac{n_j}{n} = \frac{N_j}{N}$$

## تباين و وسط العينة الطبقة

من الضروري معرفة تباين

$\bar{y}_{st}$  حتى نستطيع معرفة مأمونية هذا التقدير وحتى نستطيع تكوين فترة ثقة لمتوسط المجتمع.

نعلم ان تباين التقدير

$\bar{y}_{st}$  هو:

$$V(\bar{y}_{st}) = V\left[\frac{1}{N} \sum_{j=1}^L N_j \bar{y}_j\right]$$

حيث اننا اخترنا عينات عشوائية بسيطة مستقلة من كل طبقة على حدة فتكون الاوساط الحسابية للطبقات مستقلة عن بعضها البعض . حيث ان تباين الطبقة  $j$  هو:

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} (y_{ij} - \mu_j)^2$$

ومن العينة العشوائية البسيطة نعلم ان:

$$V(\bar{y}_j) = \frac{\sigma_j^2}{n_j} * \frac{N_j - n_j}{N_j - 1}$$

فيكون

$$V(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^L N_j^2 V(\bar{y}_j) = \sum_{j=1}^L \frac{N_j^2}{N^2} * \frac{N_j - n_j}{N_j - 1} * \frac{\sigma_j^2}{n_j}$$

ان اهم نقطة في هذه النتيجة هي  $\bar{y}_{st}$  يعتمد فقط على تباينات تقديرات متوسطات الطبقات , فاذا كان

ان

من الممكن تقسيم المجتمع كثير التغير الى طبقات بحيث تكون المفردات داخل الطبقات متساوية (متجانسة تماما) فاننا نستطيع تقدير  $\mu$  بدون خطأ.

وحيث ان التباين المعدل للطبقة  $j$  هو:

$$s_j^2 = \frac{1}{N_j - 1} \sum_{i=1}^{N_j} (Y_{ij} - \mu_j)^2 = \frac{N_j}{N_j - 1} * \sigma_j^2$$

فان :

$$V(\bar{y}_{st}) = \sum_{j=1}^L \frac{N^2 j}{N^2} * \frac{Nj - nj}{Nj} * \frac{s^2 j}{nj}$$

تقدير تباين وسط العينة الطبقيّة  $\hat{V}(\bar{y}_{st})$

غالبا ما يكون تباين المجتمع  $\sigma^2$

مجهولا غير معلوم لذلك فأنا نلجأ الى استخدام تباين العينة كتقدير لتباين المجتمع. يكون تقدير تباين وسط العينة الطبقيّة هو:

$$\begin{aligned} \hat{V}(\bar{y}_{st}) &= \sum_{j=1}^L \frac{N^2 j}{N^2} \hat{V}(\bar{y}_j) \\ &= \sum_{j=1}^L \frac{N^2 j}{N^2} * \frac{Nj - nj}{Nj} * \frac{s^2 j}{nj} \end{aligned}$$

وهو تقدير غير متحيز لتباين

$$V(\bar{y}_{st})$$

الحد على الخطأ في التقدير

ان وسط العينة العشوائية الطبقيّة

$\bar{y}_{st}$  هو تقدير النقطة لمتوسط المجتمع  $\mu_{st}$  وحتى نستطيع ان نحدد الى اي مدى

يكون هذا التقدير قريبا من متوسط المجتمع فأنا نضع حد على الخطأ B الذي يمكن ان يحدث

في هذا التقدير . فيكون الحد على خطا التقدير هو:

$$B = 2\sqrt{V(\bar{y}_{st})}$$

$$= 2\sqrt{\sum_{j=1}^L \frac{N^2 j}{N^2} * \frac{Nj - nj}{Nj - 1} * \frac{\sigma^2 j}{nj}}$$

اما اذا كان تباين الطبقة مجهولا فيمكننا استخدام تباين العينة العشوائية

$S_j^2$  و التي تم اختيارها من الطبقة  $j$  وفي هذه الحالة نجد:

$$B=2\sqrt{\hat{V}(\bar{y}_{st})}$$

$$=2\sqrt{\sum_{j=1}^L \frac{N^2 j}{N^2} * \sqrt{\frac{Nj-nj}{Nj}} * \sqrt{\frac{s^2 j}{nj}}}$$

ومن ثم تكون فترة الثقة لمتوسط المجتمع وهي:

$$\bar{Y}_{st}-B \leq \mu_{st} \leq \bar{y}_{st}+ B$$

بدرجة ثقة 95 %.

مثال 1 :

عدد الطلبة	نقطة الامتحان	عدد الطلبة	يوجد في احد المقررات 32
1	28	17	6
2	15	18	15
3	15	19	15
4	11	20	15
5	6	21	28
6	11	22	28
7	28	23	15
8	11	24	15
9	15	25	11
10	6	26	6
11	6	27	11
12	6	28	6
13	11	29	11
14	28	30	28
15	6	31	28
16	11	32	28

المطلوب:

1- اوجد الوسط الحسابي و التباين لدرجات هؤلاء الطلاب؟

2- وضح كيفية اختيار عينة عشوائية من ثمانية طلاب ؟ احسب الوسط الحسابي و التباين ؟ اوجد الحد

على خطأ التقدير؟

3- وضح كيف يمكن تقسيم هذا المجتمع الى طبقات؟

4- وضح كيفية اختيار عينة عشوائية طبقية من ثمانية طلاب؟ و احسب الوسط الحسابي و تباين هذا التقدير؟

5- اوجد تقديرا لتباين الوسط الحسابي للعينة الطبقية و اوجد الحد على الخطأ في التقدير؟

الحل:

-1

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i = \frac{480}{32} = 15$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \mu)^2 = 8,155.$$

2- باستخدام جداول الارقام العشوائية ثم اختيار العينة العشوائية البسيطة التالية و المكونة من ثمانية درجات:

$y_i : 6, 6, 28, 15, 15, 6, 6, 11.$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{93}{8} = 11,625$$

$$V(\bar{y}) = \frac{6^2}{n} * \frac{N-n}{N-1} = \frac{8,155}{8} * \frac{32-8}{32-1} = 0,789.$$

$$B = 2\sqrt{V(\bar{y})} = 2\sqrt{0,789} = 1,78.$$

ح- يمكن تقسيم المجتمع الى اربعة طبقات كما هو مبين في الجدول التالي:

الطبقة	1	2	3	4
1	28	15	11	6
2	28	15	11	6
3	28	15	11	6
4	28	15	11	6
5	28	15	11	6
6	28	15	11	6

7	28	15	11	6
8	28	15	11	6

د- و باختيار عينة عشوائية بسيطة من مفردتين من كل طبقة نحصل على العينة الاتية :

الطبقة	1	2	3	4
n <sub>j</sub>				
1	28	15	11	6
2	28	15	11	6

الوسط الحسابي للعينة العشوائية البسيطة من الطبقة الاولى هو:

$$\bar{y}_1 = \frac{28+28}{2} = 28$$

الوسط الحسابي للعينة العشوائية البسيطة من الطبقة الثانية هو:

$$\bar{y}_2 = \frac{15+15}{2} = 15$$

الوسط الحسابي للعينة العشوائية البسيطة من الطبقة الثالثة هو:

$$\bar{y}_3 = \frac{11+11}{2} = 11$$

الوسط الحسابي للعينة العشوائية البسيطة من الطبقة الرابعة هو:

$$\bar{y}_4 = \frac{6+6}{2} = 6$$

ويكون الوسط الحسابي للعينة العشوائية الطبقة كالتالي:

$$\bar{y}_{st} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^L N_j * \bar{y}_j = \frac{8*28+8*15+8*11+8*6}{32} = 15$$

و الجدير بالذكر ان هذا الوسط الحسابي يساوي متوسط المجتمع لـ.

كما ان تباين الوسط الحسابي للعينة العشوائية الطبقة هو:

$$v(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^L \frac{N^2 j}{N^2} * \frac{N_j - n_j}{N_j - 1} * \frac{6^2 j}{n_j} = 0$$

وذلك لان :

$$\sigma^2_1 = \sigma^2_2 = \sigma^2_3 = \sigma^2_4 = 0$$

كما ان :

$$s^2_1 = s^2_2 = s^2_3 = s^2_4 = 0$$

ومن ثم نجد ان:

$$\hat{v}(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^L \frac{N^2 j}{N^2} * \frac{Nj - nj}{Nj} * \frac{s^2 j}{nj} = 0$$

وعلى ذلك فان:

$$B=0$$

من الصعب وجود مثل هذا المجتمع الذي تتجانس فيه تماما مفردات كل طبقة . ولكن فقط لتوضيح ميزة المعاينة العشوائية الطبقية من الدقة في التقدير نظرا لما يحققه تجانس مفردات كل طبقة على قيمة الحد على خطأ التقدير .

مثال 2:

يوجد بكلية العلوم 150 طالبا بقسم الاحصاء , 60 طالبا بقسم المحاسبة, 96 طالبا بقسم الرياضيات . وقد قررت ادارت الكلية اختيار عينة عشوائية من بين طلبة الاقسام الثلاث لدراسة متوسط عدد ساعات التدريب العملي الاسبوعي على الحاسب الالي . فاختيرت عينة عشوائية مكونة من 15, 6, 10 طالبا من بين طلاب اقسام الاحصاء و المحاسبة و الرياضيات على التوالي فكانت بياناتهم كما يلي:

	عدد ساعات التدريب
طلبة الاحصاء	40,28,30,35,40,48,51,38,35,33,42,50,40,55,47.
طلبة المحاسبة	30,26,30,28,30,35
طلبة الرياضيات	25,22,24,30,26,28,20,19,30,27

المطلوب:



ا- تقدير متوسط عدد الساعات التدريب الاسبوعي على الحاسب الالي لطلبة الاقسام الثلاثة باستخدام فترة الثقة؟

ب- ايجاد فترة الثقة لمتوسط الساعات التدريب لطلبة قسم الاحصاء فقط؟

الحل:

ا- بحساب الوسط الحسابي و التباين لكل عينة عشوائية من طلبة كل قسم من الاقسام الثلاثة نجد ان:

رقم	القسم	الوسط الحسابي $\bar{y}_j$	التباين $s_j^2$
1	الاحصاء	40,8	64,314
2	المحاسبة	29,833	8,967
3	الرياضيات	25,1	14,989

وعلى ذلك فان متوسط الحسابي للعينة العشوائية الطبقية هو :

$$\bar{y}_{st} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^L N_j * \bar{y}_j = \frac{150*40,8 + 60*29,833 + 96*25,1}{306} = 33,724.$$

كما ان تقدير التباين لمتوسط الحسابي للعينة العشوائية الطبقية هو:

$$\hat{v}(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^3 N_j^2 * \frac{N_j - n_j}{N_j} * \frac{s_j^2}{n_j}$$

$$= \frac{1}{(306)^2} * \left[ 150^2 * \frac{150-15}{150} * \frac{64,314}{15} + (60)^2 * \frac{60-6}{60} * \frac{8,967}{6} + (96)^2 * \frac{96-10}{96} * \frac{14,989}{10} \right] = 1,111$$

وان :

$$B = 2\sqrt{\hat{v}(\bar{y}_{st})} = 2\sqrt{1,111} = 2,108.$$

وبذلك يكون متوسط ساعات تدريب الطالب في الاقسام الثلاثة يتراوح ما بين

$$33,724 \pm 2,108$$

اي بين 31.616 الى 35.832 ساعة في الاسبوع.

ب- فترة الثقة لمتوسط ساعات التدريب لطلبة الاحصاء فقط نحسب اولا الحد على الخطأ في التقدير :

$$B=2\sqrt{\hat{v}(\bar{y}_1)}$$

$$= 2\sqrt{\frac{N_1-n_1}{N_1} * \frac{s^2_1}{n_1}}=2\sqrt{\frac{150-15}{150} * \frac{64,314}{15}} = 3,929.$$

وبذلك يكون متوسط ساعات تدريب لطالب الاحصاء يتراوح ما بين

$$40,8 \pm 3,929$$

اي بين 44.729 الى 36.871 ساعة في الاسبوع.

### تقدير نسبة صفة معينة في المجتمع

لتقدير نسبة صفة معينة في مفردات المجتمع في العينة العشوائية الطبقية , نفرض ان

$p_{st}$  هي نسبة مفردات المجتمع الذين تنطبق عليهم هذه الصفة و التي سوف نجد لها تقديرا من بيانات

العينة الطبقية و الذي نرسم له برمز

$$\hat{p}_{st}$$

نختار عينة عشوائية بسيطة من كل طبقة من طبقات المجتمع و نفرض ان مفردات العينة العشوائية

البسيطة من طبقة  $j$  هي:

$$y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{nj}$$

حيث ان :

$$j=1,2,\dots,L$$

لنفرض ان

$y_{ij}=1$  اذا كانت تتوفر بها الصفة محل الدراسة

$y_{ij}=0$  اذا كانت لا تتوفر بها هذه الصفة.

فتكون

$\hat{p}_j$  هي تقدير نسبة هذه الصفة في الطبقة  $j$  و تعطى بالمعادلة التالية:

$$\hat{p}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_j} y_{ij}}{n_j}$$

ويكون تقدير النسبة  $\rho_{st}$  في العينة العشوائية الطبقية هو:

$$\hat{p}_{st} = \sum_{j=1}^L \frac{N_j}{N} * \hat{p}_j$$

وتباين هذا التقدير هو:

$$\begin{aligned} v(\hat{p}_{st}) &= \sum_{j=1}^L \frac{N_j^2}{N^2} * v(\hat{p}_j) \\ &= \sum_{j=1}^L \frac{N_j^2}{N^2} * \frac{N_j - n_j}{N_j - 1} * \frac{p_j * q_j}{n_j} \end{aligned}$$

ونظرا لان النسبة  $p_j$  الخاصة بالطبقة مجهولة فان تقدير هذا التباين يكون:

$$\hat{v}(\hat{p}_{st}) = \sum_{j=1}^L \frac{N_j^2}{N^2} * \frac{N_j - n_j}{N_j} * \frac{p_j * q_j}{n_j - 1}$$

وقيمة الحد في الخطأ على التقدير هي:

$$B = 2\sqrt{\hat{v}(\hat{p}_{st})}$$

وتكون فترة الثقة لنسبة الصفة المعينة في المجتمع  $\rho_{st}$  هي:

$$\hat{p}_{st} - B \leq \rho_{st} \leq \hat{p}_{st} + B$$

بدرجة ثقة 95 %.

مثال

استوردت احدى الوكالات شحنة من اجهزة التلفزيون تتكون من 2000 جهاز من 20 بوس , 1000 جهاز من 22 بوس و 800 جهاز من 26 بوس . و ترغب هذه الوكالة في تقدير نسبة الاجهزة التالفة في هذه الشحنة فاخترت عينة عشوائية بسيطة من كل نوع حجمها على التوالي 80 , 50 , 40 , فكانت الاجهزة التالفة هي على التوالي 12, 8 , 6 . المطلوب:

ا- تقدير نسبة التالف من الشحنة؟

ب- تقدير تباين هذه النسبة؟

ج- ايجاد قيمة الحد على الخطأ في تقدير النسبة؟

الحل:

من البيانات نجد ان:

$$N = 800_3 \quad N = 1000_2 \quad N = 2000_1$$

$$. 3800 = 800 + 1000 + 2000 = N$$

$$\hat{p}_1 = \frac{8}{80} = 0,10 \quad \hat{p}_2 = \frac{12}{50} = 0,24 \quad \hat{p}_3 = \frac{6}{40} = 0,15$$

وعلى ذلك فان تقدير نسبة التالف في الشحنة هو:

$$\hat{p}_{st} = \sum_{j=1}^L \frac{N_j}{N} * \hat{p}_j$$

$$= \frac{2000}{3800} * 0,10 + \frac{1000}{3800} * 0,24 + \frac{800}{3800} * 0,15 = 14,7\%.$$

تقدير تباين هذه النسبة هو:

$$\hat{v}(\hat{p}_{st}) = \sum_{j=1}^L \frac{N_j^2}{N^2} * \frac{N_j - n_j}{N_j} * \frac{p_j * q_j}{n_j - 1}$$

$$= \frac{1}{(3800)^2} \left[ (2000)^2 * \frac{2000 - 80}{2000} * \frac{0,10 * 0,90}{80 - 1} + (1000)^2 * \frac{1000 - 50}{1000} * \frac{0,24 * 0,76}{50 - 1} + (800)^2 * \frac{800 - 40}{800} * \frac{0,15 * 0,85}{40 - 1} \right] = 0,00069$$

و الحد على الخطأ في هذا التقدير هو:

$$B=2\sqrt{\hat{v}(\hat{p}_{st})}=2\sqrt{0,00069}=0,053$$

وتكون فترة الثقة لنسبة  $p_{st}$  هي:

$$\hat{p}_{st} - B \leq p_{st} \leq \hat{p}_{st} + B$$

$$0,147-0,053 \leq p_{st} \leq 0,147+0,053$$

$$0,094 \leq p_{st} \leq 0,200$$

بدرجة ثقة 95 %.

مثال 2:

يرغب احد الباحثين في تقدير نسبة الطلبة المدخنين بين طلبة كليات العلوم و الاقتصاد و الاداب و الهندسة و الطب , فاختر عينة عشوائية تمثل 10% من طلبة كل كلية, و قد بلغ عدد المدخنين 36, 96, 18, 5,5 في الكليات السابقة على الترتيب علما بان اجمالي طلبة كل كلية 1800, 3000, 1000, 600 , 200 طالب على الترتيب.

المطلوب: اوجد فترة الثقة لنسبة المدخنين بين طلبة الجامعة؟

الحل:

نلاحظ من البيانات المثال ان:

	الطب	الهندسة	الاداب	الاقتصاد	العلوم
$N_j$	200	600	1000	3000	1800
$n_j$	20	60	100	300	180
عدد المدخنين	5	5	18	96	36
نسبة المدخنين $\hat{p}_j$	0,25	0,083	0,18	0,32	0,20

وتكون نسبة المدخنين في العينة هي:

$$\hat{p}_{st} = \sum_{j=1}^L \frac{N_j}{N} * \hat{p}_j$$

$$= \frac{1800}{6600} * 0,20 + \frac{3000}{6600} * 0,32 + \frac{1000}{6600} * 0,18 + \frac{600}{6600} * 0,083 + \frac{200}{6600} * 0,25 = 24,2\%.$$

تقدير تباين هذه النسبة هو:

$$\hat{v}(\hat{p}_{st}) = \sum_{j=1}^L \frac{N^2 j}{N^2} * \frac{Nj-nj}{Nj} * \frac{pj*qj}{nj-1}$$

$$= \frac{1}{(6600)^2} \left[ (1800)^2 * \frac{1800-180}{1800} * \frac{0,20*0,80}{180-1} + (3000)^2 * \frac{3000-300}{3000} * \frac{0,32*0,68}{300-1} + \right.$$

$$\left. (1000)^2 * \frac{1000-100}{1000} * \frac{0,18*0,82}{100-1} + (600)^2 * \frac{600-60}{600} * \frac{0,083*0,917}{60-1} + (200)^2 * \frac{200-20}{200} * \frac{0,25*0,75}{20-1} \right] = 0,000242$$

و الحد على الخطأ في هذا التقدير هو:

$$B = 2\sqrt{\hat{v}(\hat{p}_{st})} = 2\sqrt{0,000242} = 0,031$$

وتكون نسبة التدخين تتراوح بين

$$\hat{p}_{st} - B \leq p_{st} \leq \hat{p}_{st} + B$$

$$0,242 - 0,031 \leq p_{st} \leq 0,242 + 0,031$$

$$0,211 \leq p_{st} \leq 0,273$$

بدرجة ثقة 95 %.

## 2- التخصيص

نعلم ان كمية المعلومات التي يمكن الحصول عليها من العينة تتوقف بالدرجة الاولى على حجم العينة .  
سنتطرق لنقاط التالية:

- طريقة تحديد حجم العينة العشوائية الطبقية التي تمكن من الحصول قدر كافي من المعلومات يمكن من خلاله تقدير معالم المجتمع.

- كيفية توزيع حجم العينة الطبقية على طبقات المجتمع المختلفة

اختيار حجم العينة

نعلم اننا اذا رغبتنا في تقدير معلمة من معالم المجتمع و لتكن  $\theta$  بحيث يقع المقدر  $\hat{\theta}$  في حدود B من الوحدات من معلمة المجتمع وذلك باحتمال قدره 95% تقريبا فأننا نختار حجم العينة الذي يحقق المعادلة التالية:

$$B=2\sqrt{V(\hat{\theta})}$$

من الضروري لحل هذه المعادلة و الحصول على قيمة n يجب ان يتوفر تصورا عن توزيع n على الطبقات المختلفة. اي يكون لدينا تصور عن حجم العينة التي سنختارها من كل طبقة بحيث تكون العلاقة بين n و  $n_1, n_2, \dots, n_L$  معلومة واضحة.

يوجد طرق مختلفة لتوزيع حجم العينة n على الطبقات المختلفة . ولكن أيا كانت الطريقة التي سيتم بها تحديد حجم العينة العشوائية  $n_j$  الذي سيخصص لطبقة j يجب ان يكون واضحا. سيكون عبارة عن نسبة من حجم العينة الكلي n اي ان :

$$n_j = w_j * n$$

$$j=1,2,\dots,L$$

حيث  $w_j$  هي النسبة التي تعبر عن تصنيف الطبقة j من حجم العينة الكلي n. و بتالي تكون الاهمية في تحديد حجم العينة الكلي n الذي يجب اختياره من بين مفردات المجتمع الكلي ثم بعد ذلك تجزئة هذا الحجم على الطبقات المختلفة بحيث يخصص لكل طبقة حجم العينة العشوائية الذي سوف يتم اختيارها من بين مفردات تلك الطبقة.

**حجم العينة اللازم لتقدير متوسط المجتمع**

نعلم ان:

$$B=2\sqrt{V(\bar{y}_{st})}$$

اي ان:

$$B=2\sqrt{\sum_{j=1}^L \frac{N^2 j}{N^2} * \frac{N_j - n_j}{N_j} * \frac{6^2 j}{n_j}}$$

$$\frac{B^2}{4} = \sum_{j=1}^L \frac{N^2 j}{N^2} * \frac{Nj - nj}{Nj} * \frac{6^2 j}{nj}$$

$$A = \frac{B^2}{4}$$

$$n_j = w_j * n$$

و بإعادة ترتيب الحدود نجد ان:

$$n = \frac{\sum_{j=1}^L \frac{N^2 j * 6^2 j}{w_j}}{N^2 A + \sum_{j=1}^L Nj * 6^2 j}$$

نلاحظ ان  $n$  تعتمد على تباين الطبقة  $z$  اي ان  $\sigma_j^2$  يجب ان تكون معلومة , اما اذا كانت مجهولة فيمكن استخدام نتائج البحوث المماثلة السابقة لمعرفة قيمتها كما يمكن ايجاد تقدير لهذا التباين من بيانات العينة الاستطلاعية من الطبقة  $j=1,2,3,\dots,L$ .

واستخدام تباين العينة كتقدير لتباين الطبقة  $z$  , اي اننا سوف نستخدم تباين العينات العشوائية  $(s_1^2, s_2^2, \dots, s_L^2)$  كتقدير لتباين الطبقات  $(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_L^2)$  او يمكننا استخدام مدى العينة الاستطلاعية لإيجاد قيمة تقريبية لتباين الطبقة باعتبار ان:

$$\sigma_j^2 = \frac{\text{مدى الطبقة } j}{4} = \frac{\text{Range } j}{4}$$

### مثال 1:

ترغب ادارة احد الاسواق المركزية في احد المجمعات السكنية العمالية تقدير قيمة متوسط مشتريات الفرد الواحد في السوق. ويقدر عدد العمال المقيمين في هذا المجمع بألف عامل منهم 300 عامل من الفلبين, 500 عامل من البلاد العربية, و الباقي من دول امريكا اللاتينية. وقد اوضحت الدراسة الاستطلاعية انه يمكن (تقريباً) تقدير تباين المشتريات للفرد من كل مجموعة من هؤلاء العمال كما يلي: 250 ريال, 228 ريال, 150 ريال على التوالي. فما هو حجم العينة الذي يمكن اختياره من هذا المجمع السكني موزعا على الفئات الثلاثة؟ وذلك حتى يكون الحد على الخطأ في التقدير ثلاثة ريالات (وذلك بفرض ان ادارة السوق ترغب في توزيع حجم العينة بالتساوي على الطبقات الثلاثة من العمال)

**الحل:**



من المعطيات نحدد ان :

$$N_1=300$$

$$N_2=500$$

$$N_3=200$$

$$N=1000$$

$$w_1=w_2=w_3=\frac{1}{3}$$

$$\sigma^2_1=250$$

$$\sigma^2_2=228$$

$$\sigma^2_3=150$$

حيث ان:

$$n = \frac{\sum_{j=1}^L \frac{N^2 j \cdot \sigma^2 j}{w_j}}{N^2 A + \sum_{j=1}^L N_j \cdot \sigma^2 j}$$

نحسب اولاً الكميات التالية:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^3 \frac{N^2 j \cdot \sigma^2 j}{w_j} &= \frac{N^2 1 \cdot \sigma^2 1}{w_1} + \frac{N^2 2 \cdot \sigma^2 2}{w_2} + \frac{N^2 3 \cdot \sigma^2 3}{w_3} \\ &= \frac{(300^2) \cdot 250}{\frac{1}{3}} + \frac{(500)^2 \cdot 228}{\frac{1}{3}} + \frac{(200)^2 \cdot 150}{\frac{1}{3}} \\ &= 256500000 \end{aligned}$$

كما ان :

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^L N_j \cdot \sigma^2 j &= N_1 \cdot \sigma^2 1 + N_2 \cdot \sigma^2 2 + N_3 \cdot \sigma^2 3 \\ &= 300 \cdot 250 + 500 \cdot 228 + 200 \cdot 150 \\ &= 219000 \end{aligned}$$

$$N^2 A = (1000)^2 \cdot \frac{4}{4} = 1000000$$

وبذلك تكون :

$$n = \frac{256500000}{1000000 + 219000} = 210,4 = 210.$$

وان :

$$n_1=n_2=n_3= 210 * \frac{1}{3}=70$$

**حجم العينة اللازم لتقدير نسبة صفة معينة في المجتمع**

قد نرغب في اختيار عينة عشوائية طبقية من المجتمع لتقدير نسبة صفة معينة و نريد معرفة حجم هذه العينة بشرط ان لا يزيد الحد على الخطأ التقدير B عن قيمة معلومة .

وحيث ان:

$$B=2\sqrt{V(\hat{p}_{st})}$$

$$\frac{B^2}{4}=\sum_{j=1}^L \frac{N_j^2}{N^2} * \frac{N_j-n_j}{N_j-1} * \frac{p_j*q_j}{n_j}$$

بوضع:

$$n_j=w_j*n \text{ و}$$

$$A=\frac{B^2}{4} \text{ و باعتبار ان:}$$

$$N_j=N_j-1$$

و بإعادة ترتيب الحدود نجد ان:

$$n=\frac{\sum_{j=1}^L \frac{N_j^2*p_j*q_j}{w_j}}{N^2A+\sum_{j=1}^L N_j*p_j*q_j}$$

وبما ان  $p_j$  غالبا ما تكون مجهولة فيمكننا تقديرها اما من عينة استطلاعية او من دراسات سابقة , و اذا لم يتوفر ذلك فيمكن وضع  $p_j=2/1$  حيث ان ذلك يعطى اكبر حجم عينة ممكن.

**تخصيص حجم العينة n على الطبقات المختلفة**

يتأثر حجم العينة المخصص لكل طبقة بثلاثة عوامل :

**1-حجم مفردات الطبقة**

ان حجم الطبقة يؤثر في كمية المعلومات التي تقدمها العينة , فاختيار عينة مكونة من 15 مفردة من مجتمع يتكون من 100 مفردة سوف يعطي بالتأكيد معلومات اكثر و افضل بكثير من اختيار عينة من 15 مفردة من مجتمع يتكون من 1000 مفردة وبالتالي كلما كبر حجم الطبقة كان من الضروري ان يزداد حجم العينة التي تختار من هذه الطبقة.

## 2-درجة تباين او اختلاف كل طبقة

يجب ان تؤخذ طبيعة مفردات الطبقة و درجة التشتت و تباين مفرداتها في الاعتبار عند تحديد حجم العينة من الطبقة. اذ انه من الضروري ان يزداد حجم العينة التي سوف يتم اختيارها من الطبقة التي يكون تباين مفرداتها كبيرا حتى يمكن الحصول على تقدير جيد لمعالم الطبقة و بالتالي لمعالم المجتمع.

## 3-تكلفة الحصول على المعلومات المطلوبة من وحدة المعاينة في كل طبقة

قد تختلف تكلفة المعاينة للمفردة من طبقة الى اخرى نظرا لاختلاف تكلفة الانتقال الى وحدة المعاينة في كل طبقة, و لهذا من المنطقي اختيار عينة اقل حجما من الطبقات التي ترتفع تكلفة وحدة المعاينة فيها حيث انه من الاهداف المعاينة المحافظة على الحد الادنى للتكلفة.

## قواعد التخصيص:

عند الحديث عن عملية تخصيص العينة العشوائية الطبقية على الطبقات المختلفة في المجتمع محل الدراسة نتساءل عن اسلوب التخصيص المناسب الذي يحقق اعلى درجة من الدقة او يعطي تقديرات لمعالم المجتمع محل الدراسة باقل التباينات و باقل تكاليف لدى نطلق عليه اسلوب التخصيص الجيد لأنه يحقق اقل تباين للتقديرات بتكلفة محددة, و يوجد عدة طرق تسمى طرق تخصيص العينة و هي:

## 1-قاعدة التخصيص المتناسب مع حجم الطبقة

تعتمد هذه القاعدة في تخصيص حجم العينة  $n$  على الطبقات المختلفة على اساس حجم كل طبقة من طبقات المجتمع. بمعنى ان يتم تخصيص  $n$  على الطبقات المختلفة بنسبة حجم كل منها.

فنفرض ان  $n_j$  هو حجم العينة العشوائية الذي سيتم اختياره من الطبقة  $j$  الذي حجمها  $N_j$  فان:

$$n_1 : n_2 : \dots : n_j : \dots : n_L = N_1 : N_2 : N_3 : \dots : N_j : \dots : N_L$$

اي ان :

$$\frac{n_1}{N_1} = \frac{n_2}{N_2} = \dots = \frac{n_j}{N_j} = \dots = \frac{n_L}{N_L} = \frac{n}{N}$$

وبذلك يكون  $n_j$  يساوي:

$$n_j = \frac{N_j}{N} * n$$

وقد ذكرنا ان  $n_j$  تكون على صورة :

$$n_j = w_j * n$$

$$j=1,2,\dots,L$$

حيث ان  $w_j$  هي النسبة الخاصة بالطبقة  $j$  من حجم العينة  $n$  نجد ان:

$$w_j = \frac{N_j}{N}$$

و بالتعويض عن  $w_j$  في معادلة ايجاد حجم العينة نجد ان :

$$n = \frac{N \sum_{j=1}^L N_j * \delta^2_j}{N^2 A + \sum_{j=1}^L N_j * \delta^2_j}$$

مثال:

يرغب احد المعاهد الخاصة بالتدريب على الحاسب الالي في اختيار عينة عشوائية طبقية في احدى المدارس الثانوية لتقدير نسبة الطلاب الذين يرغبون في الالتحاق بدورة التدريب و تعتقد ادارة المعهد ان هذه النسبة متساوية في صفوف المدرسة الثالث و تساوي 20% مع العلم ان عدد طلاب صفوف المدرسة هو 180-200-350 على التوالي وان تكلفة المعاينة متساوي للصفوف الثلاثة.

و المطلوب معرفة حجم العينة الذي يمكن اختياره لتقدير النسبة المطلوبة في حدود خطأ التقدير 4%.

الحل:

حيث ان:

$$N_1=350$$

$$N_2= 200$$

$$N_3= 180$$

$$N=350+200+180=730.$$

$$A = \frac{B^2}{4} = \frac{(0,04)^2}{4} = 0,0004$$

فان:

$$n = \frac{\sum_{j=1}^L \frac{N^2 j * p_j * q_j}{w_j}}{N^2 A + \sum_{j=1}^L N j * p_j * q_j}$$

$$= \frac{730(350*0,2*0,8+200*0,2*0,8+180*0,2*0,8)}{(730)^2*0,0004+(350*0,2*0,8+200*0,2*0,8+180*0,2*0,8)} = 258,4 = 258.$$

حجم العينة العشوائية من بين طلاب الصفوف الثلاثة هي :

$$n_1 = \frac{N_1}{N} * n = \frac{350}{730} * 258 = 123,7 = 124.$$

$$n_2 = \frac{N_2}{N} * n = \frac{200}{730} * 258 = 70,7 = 71.$$

$$n_3 = \frac{N_3}{N} * n = \frac{180}{730} * 258 = 63,6 = 64.$$

في نفس المثال اذا طلب منا تحديد حجم العينة و لم تكن هناك دراسة سابقة عن نسبة الطلاب الذين يرغبون في الالتحاق بدورة التدريب على الحاسب.

حجم عينة الطبقة هو:

$$n = \frac{N}{NB^2 + 1} = \frac{730}{730*(0,04)^2 + 1} = 336,7 = 337.$$

و حجم العينة العشوائية من بين طلاب الصفوف الثلاثة هي:

$$n_1 = \frac{N_1}{N} * n = \frac{350}{730} * 337 = 162.$$

$$n_2 = \frac{N_2}{N} * n = \frac{200}{730} * 337 = 92.$$

$$n_3 = \frac{N_3}{N} * n = \frac{180}{730} * 337 = 82.$$

## 2-التخصيص الامثل

تعتمد هذه القاعدة في تخصيص حجم العينة n على الطبقات المختلفة على اساس ان يكون تباين التقدير اقل ما يمكن. لذلك تفرض ان يكون تباين كل طبقة معلوم مقدما من دراسات سابقة او يمكن تقديره بدقة عالية من بيانات عينة استطلاعية من كل طبقة.

تخصيص  $n$  على جميع طبقات المجتمع بحيث يكون تباين الوسط الحسابي للعينة الطبقية

$v(\bar{y}_{st})$  اقل ما يمكن و بشرط ان يكون :

$$\sum_{i=1}^L n_j = n$$

قاعدة التخصيص الامثل تفرض تساوي تكلفة وحدة المعاينة في جميع الطبقات و بتالي يتحقق مايلي:

-كلما كانت  $N_j$  كبيرة كلما ادى ذلك الى كبر حجم العينة المسحوبة من الطبقة  $j$ .

-كلما كان  $\sigma_j$  كبير كلما ادى ذلك الى كبر حجم العينة المسحوبة من الطبقة  $j$ .

كما ان في هذه الحالة يكون :

$$w_j = \frac{N_j * \sigma_j}{\sum_{i=1}^L N_j * \sigma_j}$$

و بالتعويض بقيمة  $w_j$  في معادلة ايجاد حجم العينة نجد ان :

$$n = \frac{(\sum_{j=1}^L N_j * \sigma_j)^2}{N^2 A + \sum_{j=1}^L N_j * \sigma_j^2}$$

وحيث ان:

$$n_j = \frac{N_j * \sigma_j}{\sum_{i=1}^L N_j * \sigma_j} * n$$

كما انه في هذه الحالة يكون التباين العينة العشوائية الطبقية هو :

$$v(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{n} * (\sum_{i=1}^L \frac{N_j}{N} * \sigma_j)^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^L \frac{N_j}{N} * \sigma_j^2$$

مثال:

ترغب ادارة البرامج الإذاعية في تقدير متوسط ساعات الاستماع الاسبوعية للبرامج الدينية في ثلاث

مجمعات سكنية مختلفة يبلغ عدد سكان كل منها على الترتيب 1500-2000-1000 فردا. وقد

اوضحت الدراسات السابقة ان الانحراف المعياري المعدل لساعات الاستماع للبرامج الدينية في المجمعات

الثلاثة يساوي 12-20-15 ساعة على الترتيب. و باعتبار ان تكلفة معاينة الفرد متساوية في المجمعات

الثلاثة . اوجد حجم العينة الذي يمكن اختياره لتقدير متوسط الاستماع للبرامج الدينية بشرط ان لا يزيد

الحد على الخطأ في التقدير عن ساعتين.

الحل:

حيث ان :

$$N_1=1500$$

$$N_2=2000$$

$$N_3=1000$$

$$\sigma_1= 12$$

$$\sigma_2= 20$$

$$\sigma_3=15$$

فيكون:

$$\sum_{i=1}^L N_j * 6j=1500*12+2000*20+1000*15=73000$$

$$\sum_{i=1}^L N_j * 6^2j=1500*(12)^2+2000*(20)^2+1000*(15)^2=1241000$$

$$A=\frac{B^2}{4}=\frac{2*2}{4}=1$$

$$N=\sum_{i=1}^L N_j=1500+2000+1000=4500$$

وبتالي فان:

$$n=\frac{(\sum_{j=1}^L N_j*6j)^2}{N^2 A + \sum_{j=1}^L N_j*6^2j}$$
$$=\frac{(73000)^2}{(4500)^2*1+1241000}=248.$$

وحيث ان:

$$n_j=\frac{N_j*6j}{\sum_{i=1}^L N_j*6j} * n$$

فان:

$$n_1=\frac{1500*12}{73000} * 248=61.$$

$$n_2=\frac{2000*20}{73000} * 248=136.$$

$$n_3=\frac{1000*15}{73000} * 248=51.$$

و يمكن استخدام قاعدة التخصيص عند تحديد حجم العينة الازم لتقدير نسبة صفة معينة في المجتمع وذلك عند تساوي تكلفة وحدة المعاينة بين طبقات المجتمع و في هذه الحالة تكون :

$$n_j = \frac{N_j \sqrt{\hat{p}_j \hat{q}_j}}{\sum_{i=1}^L N_j \sqrt{\hat{p}_j \hat{q}_j}} * n$$

اي ان :

$$w_j = \frac{N_j \sqrt{\hat{p}_j \hat{q}_j}}{\sum_{i=1}^L N_j \sqrt{\hat{p}_j \hat{q}_j}}$$

و بالتعويض بقيمة  $w_j$  في معادلة ايجاد حجم العينة نجد ان :

$$n = \frac{(\sum_{j=1}^L N_j \sqrt{\hat{p}_j \hat{q}_j})^2}{N^2 A + \sum_{j=1}^L N_j \hat{p}_j \hat{q}_j}$$

مثال:

ترغب ادارة البرامج الإذاعية في تقدير نسبة الذين يستمعون الى برنامج ثقافي معين من بين طلبة و طالبات الكلية البالغ عددهم 1000 طالب و 500 طالبة. و قد اوضحت عينة استطلاعية سابقة ان 15% من الطلبة و 25% من الطالبات يستمعون الى هذه البرامج . اوجد حجم العينة العشوائية الطبقية التي يمكن اختيارها من بين طلبة و طالبات الكلية لتقدير النسبة بحيث لا يتجاوز الحد على خطأ التقدير عن 5% مع العلم بان تكلفة وحدة المعاينة متساوية.

الحل :

حيث ان:

$$N_1 = 1000$$

$$N_2 = 500$$

$$\hat{p}_1 = 15\%$$

$$\hat{p}_2 = 25\%$$

$$N = N_1 + N_2 = 500 + 1000 = 1500.$$

$$\sum_{i=1}^L N_j \sqrt{\hat{p}_j \hat{q}_j} = 1000 \sqrt{0,15 * 0,85} + 500 \sqrt{0,25 * 0,75} = 573,57.$$

$$\sum_{i=1}^L N_j * \hat{p}_j * \hat{q}_j = 1000 * 0,15 * 0,85 + 500 * 0,25 * 0,75 = 221,25.$$

$$A = \frac{B^2}{4} = \frac{(0,05)^2}{4} = 0,000625.$$



فان :

$$n = \frac{(\sum_{j=1}^L N_j \sqrt{\hat{p}_j \hat{q}_j})^2}{N^2 A + \sum_{j=1}^L N_j \hat{p}_j \hat{q}_j}$$

$$n = \frac{(573,57)^2}{(1500)^2 * (0,000625) + 221,25} = 202.$$

### التخصيص بثبات التكلفة

نفرض ان :

$c_j$  تكلفة وحدة المعاينة من كل طبقة  $j$

$\sigma_j^2$  تباين الطبقة  $j$  او تباين المعدل لطبقة معلوم او يمكن تقديره من دراسات سابقة او من عينة استطلاعية.

المطلوب تحديد حجم العينة  $n_j$  المخصص لطبقة  $j$  بحيث يكون التباين

$v(\bar{y}_{st})$  اقل ما يمكن بشرط ثبات التكلفة.

نغرض ان التكلفة  $c$  ثابتة و تساوي :

$$c = \sum_{j=1}^L n_j * c_j$$

وبتالي يكون الهدف هو ايجاد القيمة الصغرى للتباين

$v(\bar{y}_{st})$  بشرط ثبات  $c$  اي ان ايجاد قيمة  $n_j$  بالعلاقة التالية :

$$n_j = \frac{\frac{N_j * 6j}{\sqrt{c_j}}}{\sum_{j=1}^L \frac{N_j * 6j}{\sqrt{c_j}}} * n$$

و حجم العينة العشوائية الطبقيية يعطى بالعلاقة التالية:

$$n = \frac{(\sum_{j=1}^L N_j * 6j * \sqrt{c_j}) * (\sum_{j=1}^L \frac{N_j * 6j}{\sqrt{c_j}})}{N^2 A + \sum_{j=1}^L N_j * 6^2 j}$$

مثال:

ترغب احدى المنشآت الصناعية في تقدير متوسط عدد الايام الاجازة المرضية لمنسوبيها و البالغ عددهم 500 عامل -100 فني - 50 اداريا وقد اوضحت عينة استطلاعية من منسوبي تلك المنشاة ان الانحراف المعياري المعدل لعدد ايام الغياب بسبب المرض هو 12-5-7 على الترتيب للفئات الثلاثة. ونظرا لتعدد مراكز الانتاج في تلك المنشاة فان تكلفة المعاينة للعامل و الفتي 30 ريال بينما تكلفة المعاينة للإداري 10 ريالات .

ما هو حجم العينة الذي يمكن اختياره لتقدير متوسط ايام الاجازة المرضية في تلك المنشاة على ان لا يتجاوز الحد على الخطأ في التقدير يومين .

الحل:

حيث ان :

$$\begin{array}{lll} N_1=500 & N_2=100 & N_3=50 \\ G_1= 12 & G_2= 5 & G_3=7 \\ C_1=30 & c_2= 30 & c_3=10 \end{array}$$

$$A=\frac{B^2}{4}=\frac{2^2}{4}=1$$

وعلى ذلك فان:

$$\sum_{j=1}^L N_j * G_j * \sqrt{c_j}=500*12\sqrt{30}+100*5\sqrt{30}+50*7\sqrt{10}=36708,8.$$

$$\sum_{j=1}^L \frac{N_j*G_j}{\sqrt{c_j}}=\frac{500*12}{\sqrt{30}}+\frac{100*5}{\sqrt{30}}+\frac{50*7}{\sqrt{10}}=1297,4.$$

$$\sum_{j=1}^L N_j * G_j^2=500*144+100*25+50*49=76950$$

وعليه فان حجم العينة العشوائية الطبقية هو :

$$n=\frac{(\sum_{j=1}^L N_j*G_j*\sqrt{c_j})*(\sum_{j=1}^L \frac{N_j*G_j}{\sqrt{c_j}})}{N^2 A+\sum_{j=1}^L N_j*G_j^2}$$
$$=\frac{36708,8*1297,4}{(650)^2*1+76950}=96.$$

ويكون حجم العينة العشوائية من كل طبقة هو:

$$n_j = \frac{N_j * 6}{\sqrt{c_j}} * n$$

اي ان:

$$n_1 = \frac{500 * 12}{\sqrt{30}} * 96 = 81.$$

$$n_2 = \frac{100 * 5}{\sqrt{30}} * 96 = 7.$$

$$n_3 = \frac{50 * 7}{\sqrt{10}} * 96 = 8$$

اما عند تقدير نسبة ظاهرة معينة في المجتمع فان حجم العينة العشوائية الطبقيية يعطى بالقاعدة التالية:

$$n = \frac{(\sum_{j=1}^L N_j * \sqrt{\hat{p}_j * \hat{q}_j * c_j}) * (\sum_{j=1}^L N_j \sqrt{\frac{\hat{p}_j * \hat{q}_j}{c_j}})}{N^2 A + \sum_{j=1}^L N_j * \hat{p}_j * \hat{q}_j}$$

حيث ان :

$$n_j = \frac{N_j \sqrt{\frac{\hat{p}_j * \hat{q}_j}{c_j}}}{\sum_{j=1}^L N_j \sqrt{\frac{\hat{p}_j * \hat{q}_j}{c_j}}} * n$$

مثال:

يرغب مقدم البرامج التعليمية في التلفزيون في تقدير نسبة المتابعين من الطلبة و الطالبات في المرحلة الجامعية للمادة العلمية الذي يقدمها في برنامجه الاسبوعي. و تقدر هذه النسبة بحوالي 60% من الطلبة و 65 من الطالبات. فما هو حجم العينة الذي يمكن اختياره من بين الطلبة و الطالبات البالغ عددهم 2000 و 1200 على الترتيب. علما بان تكلفة وحدة المعاينة هي 10 و 15 ريالاً للطلبة و الطالبات على الترتيب. و يجب ان لا يزيد الحد على الخطأ التقدير عن 4%.

الحل:

$$N_1=2000$$

$$N_2=1200$$

$$N=3200$$

$$\hat{p}_1= 0,60$$

$$\hat{p}_2= 0,65$$

$$c_1=10$$

$$c_2= 15$$

$$. A=\frac{B^2}{4}=\frac{(0,04)^2}{4}=0,0004$$

وعلى ذلك فان:

$$\sqrt{\hat{p}_j * \hat{q}_j * c_j}=2000 * \sqrt{0,6 * 0,4 * 10}+1200 * \sqrt{0,65 * 0,35 * 15}=5315,14$$

$$\sum_{j=1}^L N_j \sqrt{\frac{\hat{p}_j * \hat{q}_j}{c_j}}=2000 * \sqrt{\frac{0,60 * 0,40}{10}}+ 1200 * \sqrt{\frac{0,65 * 0,35}{15}}=457,62.$$

$$\sum_{j=1}^L N_j * \hat{p}_j * \hat{q}_j=2000 * 0,6 * 0,4+1200 * 0,65 * 0,35= 753.$$

فتكون حجم العينة العشوائية الطبقية :

$$n=\frac{(\sum_{j=1}^L N_j * \sqrt{\hat{p}_j * \hat{q}_j * c_j}) * (\sum_{j=1}^L N_j \sqrt{\frac{\hat{p}_j * \hat{q}_j}{c_j}})}{N^2 A + \sum_{j=1}^L N_j * \hat{p}_j * \hat{q}_j}$$

$$n=\frac{5315,14 * 457,62}{(3200)^2 * (0,0004) + 753}=502.$$

ويكون حجم العينة العشوائية من كل طبقة هو:

$$n_j=\frac{N_j \sqrt{\frac{\hat{p}_j * \hat{q}_j}{c_j}}}{\sum_{j=1}^L N_j \sqrt{\frac{\hat{p}_j * \hat{q}_j}{c_j}}} * n$$

$$n_1=\frac{2000 \sqrt{\frac{0,6 * 0,4}{10}}}{457,62} * 502=340.$$

$$n_2=\frac{1200 \sqrt{\frac{0,65 * 0,35}{15}}}{457,62} * 502=162.$$

### مزايا العينة العشوائية الطبقية<sup>39</sup>

تعتبر العينة العشوائية الطبقية من اهم طرق المعاينة و اكثرها استخداما حيث تحقق العديد من المميزات نذكر منها :

-تقليل التباين للتقديرات الاحصائية لان تقسيم المجتمع الى طبقات كل طبقة منها متجانسة يقلل من التباين داخل كل طبقة .

-تقسيم المجتمع الى طبقات يقلل من التكلفة و تقلل الموظفين و تزيد مستوى الرقابة و المتابعة اثناء عملية جمع البيانات.

- تقسيم المجتمع الى طبقات متجانسة يمكن من تقليل حجم العينة و بتالي تقليل تكلفة العينة.

-تقسيم المجتمع الى طبقات يعطي لكل المجموعات و الوحدات فرصة الظهور في العينة مما يزيد من فعالية العينة.

### عيوب العينة العشوائية الطبقية<sup>40</sup>

بعض عيوب العينة العشوائية الطبقية تتمثل في :

-ينبغي ان يكون الباحث على علم مقدم بعدد كبير من المتغيرات و صلتها بموضوع البحث

-قد لا يكون متاحا معرفة حجم كل طبقة

-قد لا يكون متاحا وجود اطار لكل طبقة

-قد لا يكون متاحا معرفة التباين لكل طبقة خاصة في حالتي التوزيع الامثل.

- تتطلب اجراءات اكبر من الباحث مقارنة بالعينة العشوائية البسيطة .

### 1-3 المعاينة العشوائية المنتظمة

39

40

عند المعاينة العشوائية البسيطة و المعاينة العشوائية الطبقية وجود اطار المعاينة الذي يحتوي على جميع مفردات المجتمع يعتبر امرا ضروريا عند اختيار مفردات العينة.

اما المعاينة المنتظمة هي نوع جديد من المعاينة العشوائية تمتاز ببساطة اختيار مفردات العينة و يمكن ان تستغني عن اطار المعاينة.

### تعريفها

العينة المنتظمة هي العينة التي يجري اختيار وحدة المعاينة الاولى فيها بطريقة عشوائية و من ثم سحب بقية و وحدات المعاينة بشكل متتالية ذات ابعاد متساوية.

لتوضيح فكرة هذا النوع من المعاينة نأخذ المثال التالي:

مثال:

لدينا مجتمع يتكون من 1000 مفردة و نرغب في اختيار عينة من 10 مفردات , نقوم باعطاء مفردات المجتمع ارقاما متسلسلة , نختار رقما عشوائيا من بين الارقام من 1 الى 100 و ليكن هذا الرقم العشوائي 48.

فتكون المفردة الاولى في العينة هي التي تحمل الرقم 48

و المفردة الثانية في العينة هي المفردة التي تحمل الرقم:  $148 = 100 + 48$

و المفردة الثالثة في العينة هي المفردة التي تحمل الرقم  $248 = 100 + 148$

و هكذا حتى المفردة الاخيرة التي تحمل الرقم  $948 = 100 + 848$  .

و بتالي تتكون العينة من المفردات التي تحمل الارقام المتسلسلة التالية :

48-148-248-348-448-548-648-748-848-948

وبتالي هذا النوع من المعاينة يعتمد على اختيار المفردة الاولى عشوائيا ثم تتحدد باقي مفردات العينة تلقائيا وذلك بإضافة مقدار ثابت محدد يسمى طول الفترة الى رقم المفردة الاولى فنحصل على رقم المفردة

الثانية و يتكرر اضافة ذلك الثابت حتى نحصل على باقي مفردات العينة و هذه هي فكرة المعاينة المنتظمة.

فان المقدار الثابت (طول الفئة) الذي تتم اضافته بصورة متكررة ومنتظمة للحصول على مفردات العينة يرمز له بالرمز  $k$  و يحسب بالعلاقة التالية :

$$k \leq \frac{N}{n}$$

فاذا كانت المفردة الاولى التي سيتم اختيارها عشوائيا تحمل الرقم  $A$  فان العينة المنتظمة تتكون من المفردات ذات الارقام المسلسلة :

$$A, A+k, A+2k, A+3k, \dots, A+(n-1)k.$$

### طريقة اختيار العينة المنتظمة

عندما يكون لدينا عدد مفردات المجتمع  $N$  فان اختيار العينة المنتظمة يتم على النحو التالي:

1- نعطي لمفردات المجتمع ارقاما متسلسلة

2- تحديد حجم العينة  $n$  التي نرغب في اختيارها

3- تحديد الثابت  $k$  الذي نضيفه لنقطة البداية و يعطى بالعلاقة التالية:

$$k \leq \frac{N}{n}$$

4- نختار مفردة واحدة فقط بصورة عشوائية من بين  $k$  و هي المفردة الاولى في المجتمع.

5- نضيف  $k$  الى رتبة المفردة الاولى فنحصل على رتبة المفردة الثانية التي سنختارها في العينة ثم

نضيف  $k$  الى رتبة المفردة الثانية فنحصل على رتبة المفردة الثالثة في العينة..... وهكذا حتى نحصل على جميع مفردات العينة.

مثال:

تحتوي قائمة احد البنوك على 1500 حساب جاري ويرغب احد المراجعين في اختيار عينة منتظمة من

15 حسابا لمراجعتها. فما هي ارقام الحسابات الجارية التي يمكن اختيارها للمراجعة؟

الحل:

المجتمع مرقم ترقيما تسلسلي حيث ان:

$$N=1500 \quad n=15$$

فان :

$$k \leq \frac{N}{n} = \frac{1500}{15} = 100.$$

تحدد المفردة الاولى في العينة باختيار رقم عشوائي من جداول الارقام العشوائية من بين الارقام من 1 الى 100 مع ملاحظة ان 1 , 100 تدخل ضمن دائرة الارقام المختارة. و باختيار الرقم العشوائي الاول 72 فيكون الحساب الجاري رقم 72 هو الحساب الاول في العينة المطلوبة ويكون:

الحساب الجاري الثاني في العينة هو  $100+72 = 172$ .

الحساب الجاري الثالث في العينة هو  $100+172 = 272$

وهكذا حتى نحصل على الحساب الجاري الخامس عشر و الاخير في العينة هو  $100+1372 = 1472$

### تقدير متوسط المجتمع

سنرمز لمتوسط العينة المنتظمة بالرمز

$\bar{y}_{sy}$  وهو عبارة عن الوسط الحسابي لمفردات العينة المنتظمة اي ان:

$$\bar{y}_{sy} = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n y_r$$

حيث ان  $r_y$  هي قيمة المفردة رقم  $r$  في العينة المنتظمة التي وقع الاختيار عليها. عندما تكون

$N=n*k$  فان متوسط العينة المنتظمة يعتبر تقديرا غير متحيز لمتوسط المجتمع و بذلك تكون:

$$E(\bar{y}_{sy}) = \sum_{i=1}^k \frac{1}{k} * \bar{y}_i$$

$$= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{1}{n} * \sum_{j=1}^n y_{ij}$$

$$= \frac{1}{n k} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n y_{ij}$$



$$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n y_{ij}$$

$$= u$$

### تباين تقدير متوسط المجتمع

يوجد عدة صور لتباين التقدير متوسط المجتمع  $y_{sy}$  نذكر منها العلاقة التالية:

تباين العينة المنتظمة هو :

$$v(y_{sy}) = \frac{N-1}{N} * 6^2 - \frac{k(n-1)}{N} * 6^{2\sim}$$

$6^2$  تباين المجتمع المعدل .

$$6^{2\sim} = \frac{1}{k(n-1)} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$

هو التباين داخل العينات المنتظمة.

و في حالة خاصة يكون

$6^2$  و  $6^{2\sim}$  متساويين اي عندما يكون التباين داخل العينات هو نفسه تباين المجتمع. فان :

$$V(\bar{y}_{sy}) = 6^2 * \frac{k-1}{N}$$

$$= \frac{6^2}{n} * \frac{N-n}{N} = v(\bar{y})$$

المعاينة المنتظمة و اشكال المجتمع : سنتطرق الى ثلاثة انواع من المجتمعات وهي:

### 1- المجتمعات العشوائية:

هي المجتمعات التي ترتيب مفرداتها ترتيب عشوائي اي مرتبة ترتيبا عشوائيا و بتالي لا توجد اي علاقة

بين المفردة ذاتها و بين رتبها بين مفردات المجتمع. و في هذا النوع من المجتمعات يكون معامل

الارتباط بين القيم في العينة الواحدة قريب من او يساوي الصفر. عندما يكون المجتمع كبيرا نجد ان

تباين و الوسط الحسابي للعينة المنتظمة يساوي تقريبا تباين الوسط الحسابي للعينة العشوائية البسيطة

(التي لها نفس الحجم) و في هذه الحالة تكون العينة المنتظمة مرادفة للمعاينة العشوائية البسيطة.

مثال:

نرغب في اختيار عينة من طلبة قسم الاحصاء من قائمة تحتوي على اسماء جميع الطلبة مرتبين ترتيبا ابجديا و ذلك لدراسة متوسط الذكاء .

هنا نجد ان المعاينة المنتظمة مرادفة للمعاينة العشوائية البسيطة حيث لا توجد اي علاقة بين اسماء الطلبة القسم مرتبة ابجديا وبين مستوى الذكاء لكل طالب, ومن ثم يمكن اتباع طريقة العينة المنتظمة في اختيار وحدات العينة بدلا من استخدام العينة العشوائية البسيطة لبساطة الاولى في الاختيار و نظرا لعدم وجود اي فرق بين نتائج الطريقتين.

## 2-المجتمعات الترتيبية

المجتمع الترتيبي هو الذي تم ترتيب مفرداته طبقا لخاصية معينة .

مثال:

نفرض ان لدينا قائمة بأسماء طلبة قسم الاحصاء مرتبة ترتيبا تنازليا طبقا للمعدل التراكمي للطلاب. فيكون من المؤكد وجود علاقة قوية بين رتبة الطالب في القائمة و بين المعدل التراكمي الخاص به حيث ان الطالب الحاصل على اعلى معدل تراكمي يكون على راس القائمة يليه الطالب الذي معدل تراكمه اقل و يليه الاقل فالأقل و هكذا. وعند اختيار عينة من الطلبة لدراسة متوسط الذكاء فاننا غالبا نجد ان هناك اختلافا كبيرا بين نتائج المعاينة العشوائية البسيطة وبين نتائج العينة المنتظمة, لان مجتمع محل الدراسة يتسم بترتيب مفرداته تنازليا طبقا لخاصية معينة و بتالي يكون تباين المتوسط للعينة المنتظمة اقل من تباين العينة العشوائية البسيطة و في هذه الحالة تفضل المعاينة المنتظمة.

ملاحظة :

العينة المنتظمة ادق بكثير من العينة العشوائية البسيطة و لكنها اقل دقة من العينة الطبقيية .

عادة نستخدم في المجتمعات الترتيبية تقدير تباين متوسط العينة العشوائية كتقدير اكبر مما هو متوقع لتباين متوسط العينة المنتظمة , و يكون :

$$\hat{V}(\bar{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n} * \frac{N-n}{N}$$

كما يتضح في المثال التالي:

مثال:

يتكون مجتمع من 40 مفردة و نرغب في اختيار عينة منتظمة من اربعة مفردات

الترتيب	yi	الترتيب	yi
1	0	21	18
2	1	22	19
3	1	23	20
4	2	24	20
5	4	25	23
6	5	26	24
7	7	27	25
8	7	28	28
9	6	29	27
10	8	30	29
11	6	31	26
12	8	32	30
13	9	33	31
14	10	34	31
15	12	35	32
16	13	36	33
17	15	37	35
18	16	38	37
19	17	39	38
20	16	40	38

المطلوب هو:

-احسب متوسط المجتمع؟

-احسب تباين المجتمع؟

-احسب تباين العينة المنتظمة؟

-احسب تباين العينة العشوائية البسيطة التي يمكن اختيارها من اربع مفردات من هذا المجتمع؟

الحل:

$$N=40$$

$$n=4$$

$$K=\frac{N}{n}=\frac{40}{4}=10.$$

متوسط المجتمع هو :

$$u=\frac{1}{n k} \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^4 y_{ij}=\frac{727}{40}=18,175.$$

تباين المجتمع المعدل هو:

$$\sigma^2=\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (y_{ij} - u)^2= 136,251$$

تباين العينة المنتظمة هو:

$$v(\bar{y}_{sy})=\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (\bar{y}_i - u)^2$$
$$=\frac{116,256}{10}=11,6256.$$

-بافتراض اننا نرغب في اختيار عينة عشوائية بسيطة من اربعة مفردات فان تباين متوسطها الحسابي

يكون:

$$v(y)=\frac{N-n}{N} * \frac{6^2}{n}$$

$$=\frac{40-4}{40} * \frac{136,256}{4}=30,657$$

وهذا يوضح ان في المجتمع الترتيبي نجد ان:

$$v(\bar{y}_{sy}) < v(\bar{y})$$

### 3- المجتمعات الدورية

هي التي تتصف مفرداتها بالتغيرات الدورية , بمعنى ان قيمة مفردات المجتمع تتغير و تتكرر كل فترة زمنية معينة بالزيادة و النقصان .

مثال:

حجم المبيعات اليومية لإحدى المنشأة التجارية حيث يرتفع حجم المبيعات ويصل الى الذروة في نهاية الاسبوع بينما يصل الى ادنى مستوى له في منتصف الاسبوع , فاذا اردنا اختيار عينة منتظمة واحدة في سبعة من حجم المبيعات اليومية لتلك المنشأة التجارية فقد نبدأ باختيار حجم المبيعات في نهاية الاسبوع فنحصل على عينة تعطي تقديرا مرتفعا عما يجب لمتوسط المبيعات اليومية للمنشأة, و قد يحدث العكس اذا بدانا باختيار حجم المبيعات ليوم في وسط الاسبوع فنحصل على تقدير منخفض لمتوسط المبيعات اليومية للمنشأة. لذلك يكون من الضروري تغير العينة المنتظمة بحيث تشمل كل ايام الاسبوع تجنباً لحدوث تقدير اكبر او اقل مما يجب لمتوسط المبيعات اليومية.

يمكننا التغلب على هذه المشكلة في المجتمعات الدورية عند اختيار المعاينة المنتظمة عن طريق تغير نقطة البداية العشوائية عدة مرات بحيث تقل امكانية حدوث فرصة اختيار وحدات المعاينة ذات نفس الاتجاه. و لتوضيح ذلك نفرض اننا نرغب في اختيار عينة منتظمة واحد في 10 من مجتمع تتسم مفرداته بالدورية. نختار رقما عشوائيا من العشر مفردات الاولى و ليكن هذا الرقم 6 فمثلا تكون مفردات العينة:

6 --16 --26—36 – 46

و نتوقف عند هذا الحد ثم نختار رقما عشوائيا اخر من بين الارقام :

56-----49—48—47

ليكون نقطة البداية الجديدة و ليكن الرقم 51 فتكون المفردات :

91-81-71-61-51

و نتوقف عند هذا الحد ثم نختار رقما عشوائيا اخر من بين الارقام :

ليكون نقطة البداية الجديدة و ليكن الرقم 99 فتكون المفردات :

.139-129-119-109-99

وهكذا فاننا بتغيير نقطة البداية العشوائية عدة مرات نضمن الحصول على عينة منتظمة غير متحيزة الى الاعلى او الادنى. و نعتبر العينة المنتظمة التي حصلنا عليها كما لو كانت من مجتمع عشوائي و يكون تقدير تباين المتوسط هو تقريبا:

$$V(\bar{y}_{sy}) = \frac{N-n}{N} * \frac{6^2}{n}$$

مثال:

تمتلك شركة لصيد الاسماك 250 مركبا تخرج جميعها مرة واحدة كل اسبوع . ترغب ادارة الشركة في تقدير متوسط ما يعود به المركب الواحد من اسماك في المرة الواحدة , فاخذت عينة منتظمة من 25 مركبا و حصل على النتائج التالية:

248	.....	28	18	8	رقم المركب
960	.....	420	800	560	وزن السمك

$$\sum_{i=1}^{25} y_i = 21750$$

$$\sum_{i=1}^{25} y_i^2 = 19156200$$

المطلوب:

حيث ان :

$$N=250$$

$$n=25$$

$$k = \frac{N}{n} = \frac{250}{25} = 10$$

اي تم اختيار عينة منتظمة واحد من 10 و باختيار رقم عشوائي من بين 1 الى 10 فكان الرقم 8 لهذا كانت العينة المنتظمة اعلاه و نجد ان :

$$\bar{Y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{25} y_i}{n} = \frac{21750}{25} = 870.$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{25} (y_i - \bar{y})^2 = \frac{1}{n-1} [\sum_{i=1}^{25} y_i^2 - n \bar{y}^2]$$

$$= \frac{1}{24} * [19156200 - 25(870)^2] = 9737,5.$$

$$\hat{V}(\bar{y}_{sy}) = \frac{N-n}{N} * \frac{s^2}{n} = \frac{250-25}{250} * \frac{9737,5}{25} = 350,55.$$

و يكون الحد على خطأ التقدير :

$$B = 2\sqrt{\hat{v}(\bar{y}_{sy})} = 2\sqrt{350,55} = 37.$$

و يكون:

$$870 - 37 \leq u \leq 870 + 37.$$

$$833 \leq u \leq 907.$$

بدرجة الثقة 95 %.

#### تقدير تباين العينة المنتظمة:

تقدير تباين العينة المنتظمة مسألة صعبة نظرا لان تركيبة المجتمع عادة تكون مجهولة . ولكن هناك عدة طرق لتقدير تباين العينة المنتظمة و لكن تتميز بعض منها بعدم الدقة نذكر منها واحدة وهي:

- اذا استطعنا الحصول على عدة عينات منتظمة مستقلة وليكن عددها a وحصلنا على متوسط كل منها و ليكن:

$$\bar{y}_{sy1}, \bar{y}_{sy2}, \dots, \bar{y}_{sya}$$

فيكون تقدير متوسط المجتمع  $u$  هو:

$$\hat{u} = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^a \bar{y}_{syi}$$

لان :

$$E(\hat{u}) = u$$

ويكون تقدير تباين متوسط العينة المنتظمة هو:

$$V(y_{sy}) = \frac{1}{a(a-1)} * \sum_{i=1}^a (\bar{y}_{syi} - u)^2$$

ولكن هذا التقدير يكون غير دقيق اذا كانت  $a$  كبيرة جدا.

### تقدير نسبة صفة معينة في المجتمع

لتقدير نسبة صفة معينة في المجتمع من خلال اختيار عينة منتظمة نعتبر:

اذا تحققت هذه الصفة المعينة في المفردة  $y_i \Rightarrow z_i = 1$

اذا لم تحقق هذه الصفة المعينة في المفردة  $y_i \Rightarrow z_i = 0$

فتكون نسبة تحقق هذه الصفة في العينة هي:

$$\hat{p}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{n}$$

كما ان تقدير تباين هذا المقدر هو:

$$\hat{v}(\hat{p}_{sy}) = \frac{N-n}{N} * \frac{\hat{p}_{sy} * \hat{q}_{sy}}{n-1}$$

حيث ان:

$$\hat{q}_{sy} = 1 - \hat{p}_{sy}$$

و الحد على الخطا في التقدير هو:

$$B = 2\sqrt{\hat{v}(\hat{p}_{sy})}$$



### ملاحظة:

ان المقدّر  $\hat{p}_{sy}$  و تقدير تباينه متماثل مع تقدير نسبة صفة معينة من العينة العشوائية البسيطة, و يكون واضحا ان هذا لا يعني ان تباين متساو لكل من العينتين الا في حالة واحدة فقط وهي عندما يكون حجم المجتمع  $N$  كبيرا و تكون مفرداته عشوائية الترتيب.

مثال:

ترغب ادارة النشاط الرياضي بالجامعة في تقدير نسبة الطلبة الذين يجدون السباحة من بين طلبة كلية الاقتصاد البالغ عددهم 8000 طالب . تم اختيار عينة منتظمة واحدة في مائة فأعطت النتائج التالية:

$$z_i = 1 \text{ طالب جيد السباحة}$$

$$z_i = 0 \text{ طالب لا جيد السباحة}$$

رقم الطالب	$z_i$
32	0
132	0
232	1
332	1
.	.
.	.
.	.
.	.
7832	0
7932	1

$$\sum_{i=1}^{80} z_i = 16.$$

المطلوب : تقدير نسبة الطلبة الذين يجدون السباحة في كلية الاقتصاد وحساب تقدير التباين لهذا

المقدر؟

الحل:

$$\hat{p}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^n z_i}{n} = \frac{16}{80} = 0,2$$

$$\hat{q}_{sy} = 1 - 0,2 = 0,8$$

تقدير التباين:

$$\hat{v}(\hat{p}_{sy}) = \frac{N-n}{N} * \frac{\hat{p}_{sy} * \hat{q}_{sy}}{n-1} = \frac{8000-80}{8000} * \frac{0,2 * 0,8}{80-1} = 0,002.$$

**حجم العينة**

نحصل على حجم العينة  $n$  الذي يلزم اختيارها لتقدير متوسط المجتمع بايجاد قيمة  $n$  الذي تحقق المعادلة التالية:

$$B = 2\sqrt{\hat{v}(\bar{y}_{sy})}$$

عادة ما نستخدم الصيغة الخاصة بالمعاينة العشوائية البسيطة عند تقدير حجم العينة المنتظمة , و لكن هذه الصيغة كثيرا من الاحيان تؤدي الى:

-تقدير اكبر في حالة المجتمع الترتيبي

-تقدير اقل في حالة المجتمع الدوري

- تقريبا نفس حجم العينة العشوائية في حالة المجتمع العشوائي.

وعلى ذلك فان حجم العينة الذي يمكن اختياره لتقدير متوسط المجتمع هو:

$$n = \frac{N * 6^2}{N * A + 6^2}$$

حيث ان:

$$A = \frac{B^2}{4}$$

و ان التباين المجتمع  $\sigma^2$  يمكن تقديره من عينة استطلاعية.

و ان حجم العينة الازمة لتقدير نسبة صفة معينة p في المجتمع هو :

$$n = \frac{N * p q}{(N-1) * A + p q}$$

حيث ان:

$$A = \frac{B^2}{4}$$

وهذه المعادلة تعتمد على p واذا كانت مجهولة يمكن تعويضها بقيمة تقريبية او بوضع  $p = 1/2$  وبالتالي نحصل على اكبر حجم ممكن للعينة وهو:

$$n = \frac{N}{(N-1) * B^2 + 1}$$

مثال:

يرغب قائد احد المعسكرات في تقدير نسبة الجنود الذين يجيدون السباحة فاختار عينة منتظمة من بين جنود المعسكر. فما هو اكبر حجم عينة يمكن اختياره لتقدير هذه النسبة حتى لا يتعدى الخطأ 10% علما بان هناك 5000 جندي في المعسكر.

الحل:

حيث ان نسبة الجنود الذين يجيدون السباحة p غير معروف و بفرض ان  $p = 1/2$  فيكون اكبر حجم للعينة هو :

$$n = \frac{N}{(N-1) * B^2 + 1}$$

$$n = \frac{5000}{(5000-1) * 0,01^2 + 1} = 98.$$

مزايا العينة العشوائية المنتظمة

تتميز هذه الطريقة بانها سهلة في اختيار مفرداتها و قلة تكاليفها خصوصا في المجتمعات الكبيرة مقارنة بطريقة العينة العشوائية البسيطة , اذ تحدد جميع مفردات العينة بمجرد تحديد طول الفئة و اختيار المفردة الاولى من بين المفردات المجتمع عشوائيا<sup>41</sup>.

ماجدة محمد الخياط 2010 اساسيات البحوث الكمية و النوعية في العلوم الاجتماعية , الطبعة الاولى , دار الراية, عمان, الاردن. ص 19<sup>41</sup>

سهولة اختيار افراد اي وحدات العينة زيادة على دقة الاختيار مقارنة بالعينة العشوائية البسيطة<sup>42</sup>

### عيوب العينة العشوائية المنتظمة

للعينة العشوائية المنتظمة نقطتين سلبيتين , احدهما حاصل و الثاني محتمل الوقوع وهما:  
-النقص الحاصل يتمثل في انه لا يوجد للعينة العشوائية المنتظمة طريقة ذات اعتمادية عالية في تقدير الخطأ المعياري لمتوسط المجتمع , فرغم شمولها ضمناً على طبقات الا ان العشوائية تحصل مع مفردة واحدة لكل طبقة.

-اما النقص المحتمل الوقوع فيحصل عندما تأخذ وحدات المجتمع نسفاً دورياً ثابتاً, فمثلاً عند ترتيب افراد الاسرة نبدأ عادة برب الاسرة و من ثم الزوجة فالأولاد من الاكبر الى الاصغر و هكذا ففي مثل هذه الحالة تكون الوحدة الاولى دائماً رب الاسرة و الثانية الزوجة و الثالثة الابناء من الاكبر الى الاصغر و عليه اذا كان ترتيب و وحدات المجتمع موضوع الدراسة ترتيباً دورياً فيجب تجنب استخدام هذا النوع من العينات. و هنا يكمن النقص الاساسي هو عدم صلاحية استخدامها في حالة وجود علاقة بين ترتيب وحدات العينة داخل الإطار المعاينة.

### 1-4 المعاينة العشوائية العنقودية

لاحظنا سابقاً ان المعاينة الطبقيّة تعطينا معلومات اكثر و خاصة حول معالم المجتمع بتكلفة اقل مما تكلفه هذه المعلومات اذا استخدمنا المعاينة العشوائية البسيطة او المعاينة المنتظمة . المعلومات المتحصل عليها في المعاينة المنتظمة لا تقل في دقتها عن تلك التي نحصل عليها من المعاينة العشوائية البسيطة بالإضافة الى ما تتميز به المعاينة المنتظمة من السهولة في الاختيار . سنتطرق الان الى نوع جديد من المعاينة تسمى المعاينة العنقودية او معاينة المجموعات و التي يمكن ان تعطينا معلومات اكثر من غيرها من العينات التي ذكرت سابقاً .

### تعريفها

تعرف العينة العشوائية العنقودية على انها عبارة عن مجموعة من العينات العشوائية البسيطة او المنتظمة المستخدمة لسحب مفردات مجتمع دراسة واحد, هذه المجموعة من العينات لا تقل عم

<sup>42</sup> Nachmias , 1992, page 174.

مرحلتين و تزيد حسب طبيعة الدراسة و في كل مرحلة يتم سحب عينة, و في حالة وجود عينة عشوائية واحدة لا نطلق عليها عينة عنقودية لأنها في هذه الحالة اما تكون عينة عشوائية منتظمة او بسيطة.<sup>43</sup>

تكون وحدات العينة في مثل هذا النوع من العينات كبيرة تشبه العناقيد, التي تكون وحدات طبيعية متقاربة مكانيا او زمنيا, ثم يجري اختيار عدد معين من افراد كل وحدة معيارية او عنقودية و ذلك وفق الاسلوب البسيط العنقودي.

### الشروط الاساسية عند اختيار العينة العشوائية العنقودية (متعددة المراحل)

-ان يكون مجتمع الدراسة كبيرا اي حجم العنقود صغير و عدد العناقيد كبير

-توفير امكانيات الباحث المادية

-افراد المجتمع غير متجانسين

-ان يكون حجم العناقيد متقارب قدر الامكان

-يجب ان يكون كل عنقود موضح و معرف لجامع البيانات

### انواع العينة العشوائية العنقودية

يوجد عدة انواع للعينة العشوائية العنقودية و تتلخص فيما يلي:

أ- العينة العنقودية البسيطة (المعينة العنقودية ذات المرحلة الواحدة) وهي عينة عشوائية بسيطة يكون فيها وحدات المعينة عبارة عن مجموعة او عنقود من العناصر

ب- العينة العنقودية ذات مرحلتين و هي العينة التي نحصل عليها باختيار عينة عشوائية بسيطة من العناقيد كمرحلة اولى و من ثم اختيار عينة عشوائية بسيطة من الوحدات من كل عنقود من العناقيد المختارة في المرحلة الاولى (عناقيد العينة) كمرحلة ثانية و حصر العناقيد المختارة في المرحلة الثانية حصرا شاملا.

ج- العينة العنقودية ذات المراحل المتعددة هي عملية اختيار عينة عشوائية بسيطة من العناقيد الاولى كمرحلة اولى و من ثم اختيار عينة عشوائية بسيطة من كل عنقود من العناقيد المختارة كمرحلة ثانية و من

عبد الله عمر زين الكاف 2014 , تطبيق العمليات الاحصائية في البحوث العلمية مع استخدام برنامج spss , الطبعة الاولى, مكتبة القانون و <sup>43</sup>الاقتصاد, الرياض , السعودية .ص 112.

ثم اختيار عينة عشوائية بسيطة من كل عنقود (من العناقيد المختارة في المرحلة الثانية) كمرحلة ثالثة (و هكذا نتابع عملية الاختيار حسب عدد المراحل و يتم حصر الوحدات لمختارة في المرحلة الاخيرة حصرا شاملا .

### مزايا العينة العشوائية العنقودية

-تتعامل مع كل المجتمعات المتجانسة بغض النظر عن حجمها بشرط ان يكون مجتمع الدراسة موزعا في اكثر من مكان جغرافي .

-جميع المجتمعات المكونة لمجتمع الدراسة تتشابه في الخصائص العامة

-التكلفة منخفضة في حالة التحديد الجيد للمجموعات.

### عيوب العينة العشوائية العنقودية<sup>44</sup>

-حجم الخطأ يتزايد كلما ازداد عدد المراحل التي يتم على اساسها الاختيار النهائي وتوجد نوعان من الاخطاء و هي الاخطاء التي تتعلق بتحديد المجموعات و الاخطاء التي تنشأ عن الاختيار المفردات من المجموعات

-ضعف العلاقة بين معالم المجتمع الاصلي و خصائص العينة بسبب كثرة المراحل

- تتطلب جهد كبير في تحديد الاطار و حجم العينة في كل مرحلة

- تتطلب خطوات ووقت كبير حسب عدد المراحل (عينة في كل مرحلة)

### 1-4-1 المعاينة العنقودية ذات المرحلة الواحدة

المجتمع يتكون من وحدات محددة غير متداخلة تسمى وحدات المعاينة. و المعاينة العنقودية تبنى على تقسيم المجتمع الى مجموعات التي تستخدم كوحدة معاينة و عندما نختار عينة من هذه الوحدات و نقوم

ماجدة محمد الخياط (2010) , اساسيات البحوث الكمية و النوعية في العلوم الاجتماعية , الطبعة الاولى, دار الراية , عمان , الاردن<sup>44</sup>

بدراسة جميع المفردات التي تشمل عليها هذه الوحدات المختارة تسمى المعاينة العنقودية ذات المرحلة الواحدة.

## تقدير معالم المجتمع

### 1- تقدير متوسط قيم المجتمع

العينة العنقودية هي معاينة عشوائية بسيطة ولكن تحتوي كل وحدة (عنقود) من وحدات المعاينة على مجموعة من المفردات و من ثم يمكننا تقدير متوسط قيم المجتمع بنفس الطريقة التي سبق دراستها في العشوائية البسيطة مع إضافة بعض التعديلات.

الرموز المستخدمة هي:

N : عدد العناقيد في المجتمع

n : عدد العناقيد في العينة

M<sub>i</sub> : عدد مفردات الوحدة (العنقود)

M : اجمالي عدد والوحدات في المجتمع

Y<sub>i</sub> : مجموع قيم الوحدة

U<sub>i</sub> : متوسط مفردات الوحدة

ومن هذه الرموز نلاحظ ان:

ا- مجموع قيم مفردات الوحدة (المجموعة او العنقود) i هو :

$$y_i = \sum_{j=1}^{M_i} y_{ij}$$

حيث  $y_{ij}$  قيمة المفردة  $j$  في الوحدة  $i$  .

ب- متوسط المفردة في الوحدة  $i$  هو:

$$U_i * M_i = y_i$$

$$U_i = \frac{y_i}{M_i}$$

ج-مجموع قيم وحدات المجتمع اي مجموع قيم المجتمع هو :

$$T = \sum_{i=1}^N y_i$$

د-متوسط الوحدة في المجتمع هو :

$$\bar{u} = \frac{T}{N} = \frac{1}{N} * \sum_{i=1}^N y_i = \frac{1}{N} * \sum_{i=1}^N u_i * M_i$$

$$T = N * \bar{u}$$

هـ - متوسط المفردة في المجتمع اي متوسط مفردات المجتمع اي متوسط المجتمع :

$$U = \frac{T}{M} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N y_i$$

$$T = M * u$$

حيث ان M مجموع مفردات المجتمع اي ان :

$$M = \sum_{i=1}^N M_i$$

و- متوسط حجم المجموعة الواحدة في المجتمع ( متوسط عدد المفردات في المجموعة الواحدة في المجتمع )

$$\bar{M} = \frac{M}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N M_i$$

إذا اخترنا من هذا المجتمع عينة عشوائية بسيطة مكونة من n وحدة (عقود) فيكون :

ز - متوسط حجم المجموعة الواحدة في العينة (متوسط عدد المفردات في المجموعة الواحدة في العينة) .:

$$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_i$$

ويمكن اعتبار هذا الاخير تقديرا جيدا لمتوسط حجم المجموعة الواحدة في المجتمع

.  $\bar{M}$

من نتائج العينة العشوائية البسيطة نلاحظ ان متوسط الوحدة في العينة العنقودية يرمز له برمز



$\bar{y}$  هو :

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

ومن هنا يكون تقدير متوسط المجتمع  $u$  هو :

$$\hat{u} = \frac{\bar{y}}{M} = \frac{N}{nM} \sum_{i=1}^n y_i$$

و ان :

$$v(\hat{u}) = \frac{N^2}{M^2} (1-f) \frac{s^2}{n}$$

$$f = \frac{N-n}{N}$$

و تقدير هذا التباين هو :

$$\hat{v}(\hat{u}) = \frac{N^2}{M^2} (1-f) \frac{s^2}{n} = \frac{1-f}{M^2} * \frac{s^2}{n}$$

مثال

تتكون احدى ضواحي المدن من 400 عمارة ( مبنى سكني ) , اخترنا عينة عشوائية بسيطة مكونة من 20 مبنى و ثمت دراسة الدخول الشهرية  $y_i$  لجميع الاسر داخل كل مبنى فحصلنا على الجدول التالي ( حيث  $M_i$  تمثل عدد الاسر في المبنى  $i$  ).

$y_i$	$M_i$	المبنى	$y_i$	$M_i$	المبنى
425	7	11	332	6	1
456	8	12	403	5	2
405	7	13	504	8	3
508	10	14	420	6	4
480	10	15	406	6	5
350	6	16	702	9	6
304	5	17	803	10	7
340	6	18	820	12	8
350	7	19	450	8	9

914	10	20	368	4	10
-----	----	----	-----	---	----

المطلوب: تقدير متوسط الدخل الشهري للأسرة في هذه الناحية؟

$$\sum_{i=1}^{20} Mi = 150$$

$$\sum_{i=1}^{20} yi = 9840$$

$$\sum_{i=1}^{20} yi^2 = 5425284$$

$$\sum_{i=1}^{20} Mi^2 = 1210$$

$$\sum_{i=1}^{20} yi * Mi = 79543$$

الحل

ان تقدير متوسط دخل الاسرة في هذه الضاحية يكون:

$$\bar{Y}_r = \frac{\sum_{i=1}^n yi}{\sum_{i=1}^n Mi} = \frac{9840}{150} = 65,6$$

و لإيجاد تقدير لتباين هذا التقدير :

$$s_c^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (yi - \bar{y}_r Mi)^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (yi^2 + \bar{y}_r^2 \sum_{i=1}^n Mi^2 - 2 \bar{y}_r \sum_{i=1}^n yi * Mi) = 10332.$$

$$\bar{m} = \frac{\sum_{i=1}^n Mi}{n} = \frac{150}{20} = 7,5.$$

$$\hat{V}(\bar{y}_r) = (1-f) * \frac{1}{\bar{m}^2} * \frac{s_c^2}{n} = \frac{400-20}{400} * \frac{1}{(7,5)^2} * \frac{10332}{20} = 8,7248.$$

و يكون الحد على خطأ التقدير هو:

$$B = 2\sqrt{\hat{V}(\bar{y}_r)} = 2\sqrt{8,7248} = 5,908$$

و يمكن تكوين فترة الثقة لمتوسط الدخل الشهري للأسرة على الشكل التالي:

$$u_r - B \leq u \leq u_r + B$$

$$6560 - 5,908 \leq u \leq 6560 + 5,908$$

$$6554,09 \leq u \leq 6565,91$$

و ذلك بدرجة الثقة 95 %

### تقدير نسبة صفة معينة في المجتمع

تستخدم العينة العنقودية عند تقدير نسبة تحقق صفة معينة في المجتمع و لتكن  $p$  و يكون مقدرها

$\hat{p}$  الذي يمثل نسبة تحقق هذه الصفة في العينة.

فاذا كانت  $ai$  تمثل اجمالي عدد المفردات في الوحدة  $i$  التي تحقق فيها الصفة محل الدراسة فان:

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^n ai}{\sum_{i=1}^n Mi}$$

و تباين هذا التقدير هو:

$$V(p) = \frac{1-f}{M^2} * \frac{6^2 c}{n}$$

حيث ان:

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (ai - pMi)^2$$

كما ان تقدير هذا التباين هو:

$$\hat{v}(\hat{p}) = \frac{1-f}{M^2} * \frac{s^2 c}{n}$$

حيث ان:

$$s_c^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (ai - \hat{p}Mi)^2$$

و يكون تقدير التباين جيدا عندما تكون  $n < 20$  كما ان المقدر

$\hat{p}$  يعتبر تقديرا غير متحيز للمعلمة  $p$  عندما تتساوى عدد المفردات في جميع الوحدات اي عندما يكون  $M_1 = M_2 = \dots = M_n = p$  و في هذه الحالة يكون تقدير التباين للمقدر  $p$  تقديرا غير متحيز لتباين المقدر مهما كان حجم العينة.

مثال:

يوجد 280 مبنى للطلبة في المدينة الجامعية لمدينة نيويورك و يرغب احد الباحثين في تقدير نسبة الطلبة العرب الذين يقيمون في هذه المدينة الجامعية, و لهذا تم اختيار عشرين مبنى عشوائيا و بدراسة مجموع الطلبة العرب في كل مبنى تبين ان:

عدد الطلبة العرب ai	عدد الطلبة Mi	المبنى
4	40	1
5	36	2
5	50	3
5	44	4
3	38	5
2	30	6
2	26	7
0	28	8
2	30	9
1	30	10
3	36	11
5	40	12
5	48	13
4	50	14
3	40	15
4	32	16
2	26	17
2	36	18
3	30	19
4	50	20

$$\sum_{i=1}^{20} Mi = 780$$

$$\sum_{i=1}^{20} ai = 64$$

-اوجد تقديرا لنسبة طلبة العرب الذين يقيمون في المدينة الجامعية و احسب الحد على خطا التقدير؟

الحل:

نلاحظ ان:

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^n ai}{\sum_{i=1}^n Mi}$$

$$= \frac{64}{780} = 0,082.$$

كما ان:

$$\hat{V}(\hat{p}) = \frac{1-f}{M^2} * \frac{s^2c}{n}$$

و نظرا لعدم وجود  $\bar{m}$  فيمكن تقديرها من العينة باستخدام

$\bar{m}$ :تساوي بحيث

$$\bar{m} = \frac{\sum_{i=1}^n Mi}{n} = \frac{780}{20} = 39$$

و كذلك فان :

$$\begin{aligned} s^2c &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (ai - \hat{p}Mi)^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [ai^2 + \hat{p}^2 \sum_{i=1}^n Mi^2 - 2\hat{p} \sum_{i=1}^n ai * Mi] \\ &= \frac{1}{19} [246 + (0,082)^2(28632) - 2(0,082)(2536)] = 1,1904 \end{aligned}$$

و على ذلك يكون :

$$\hat{v}(\hat{p}) = \frac{280-20}{280} * \frac{1}{(39)^2} * \frac{1,1904}{20} = 0,000036$$

و الحد على خطا التقدير هو:

$$B = 2\sqrt{\hat{v}(\hat{p})} = 2\sqrt{0,000036} = 0,012.$$

اختيار حجم العينة

1- اختيار حجم العينة لتقدير متوسط المجتمع.

تتأثر كمية المعلومات التي تقدمها المعاينة العنقودية بعاملين اساسيين هما:

عدد المجموعات (التجمعات) N

الحجم النسبي للمجموعة M

كما ان حجم الحد على الخطأ التقدير يعتمد على  $\sigma^2$

اي على الاختلاف بين مجموع قيم المجموعات في المجتمع, و من اجل ذلك و حتى يكون الحد على

خطأ التقدير صغيرا فيجب اختيار المجموعات ذات الاختلافات القليلة بين مجموع قيمها.

يمكننا تقدير حجم العينة الذي يجب اختياره من خلال الحد على خطا التقدير الذي يحدده الباحث وذلك

على النحو التالي:

حيث ان:

$$B^2 = 4 * \frac{N-n}{N} * \frac{1}{\bar{M}^2} * \frac{6^2 c}{n}$$

$$\frac{B^2 * \bar{M}^2}{4} = \frac{N-n}{N} * \frac{6^2 c}{n}$$

و بوضع:

$$A = \frac{B^2 * \bar{M}^2}{4}$$

و بإعادة ترتيب الحدود نجد ان :

$$n = \frac{N * 6^2 c}{N * A + 6^2 c}$$

وهذا هو حجم العينة العنقودية الذي يمثل عدد المجموعات التي يمكن اختيارها عشوائيا من المجتمع لتقدير متوسطه  $u$  و يمكن تقدير التباين  $\sigma_c^2$  و تقدير متوسط حجم المجموعة  $M$  بحساب  $s^2 c$

و  $m$  من عينة اولية استطلاعية .

مثال:

نرغب في تقدير متوسط الدخل الشهري للأسرة في المثال السابق حيث اعتبرنا العينة التي تم اختيارها عينة استطلاعية لتقدير تباين المجتمع. فما هو حجم العينة الذي يمكن اختياره حتى لا يتعدى خطأ التقدير 400 جنية؟

الحل:

من حل المثال السابق وجدنا:

$$N=400 \quad \bar{m}=7,5 \quad s^2_c=10332.$$

حيث ان:

$$A = \frac{B^2 * \bar{M}^2}{4} = \frac{(4)^2 * (7,5)^2}{4} = 225.$$

يكون حجم العينة المطلوب هو:

$$n = \frac{N * \sigma^2 c}{N * A + \sigma^2 c}$$

$$n = \frac{400 * (10332)}{400 (225) + 10332} = 41$$

اختيار حجم العينة لتقدير نسبة المجتمع

عندما نرغب في اختيار عينة لتقدير نسبة صفة معينة في المجتمع p فانه يمكن اختيار حجم العينة الذي يحقق خطأ التقدير B المرغوب فيه حيث نجد ان:

$$n = \frac{N * \sigma^2 c}{N * A + \sigma^2 c}$$

$$A = \frac{B^2 * \bar{M}^2}{4}$$

و يمكننا اختيار عينة استطلاعية لتقدير كل من التباين  $\sigma_c^2$  و متوسط حجم المجموعة الواحدة  $\bar{M}$  في المجتمع .

#### 1-4-2 العينة العشوائية العنقودية ذات مرحلتين

وهي اختيار الباحث بعض المجموعات بصورة عشوائية من المجتمع ومن هذه المجموعات التي يتم اختيارها يقوم باختيار عينة عشوائية بسيطة من المفردات داخل كل مجموعة .

تمتاز المعاينة العنقودية ذات مرحلتين عن غيرها من انواع المعاينة بنفس المميزات التي تمتاز بها المعاينة العنقودية ذات المرحلة الواحدة وهي:

- اعداد الاطار الذي يشمل جميع مفردات المجتمع يعتبر امرا مكلفا و يحتاج لفترة زمنية طويلة و قد يكون مستحيلا في بعض الاحيان .

- تكلفة الانتقال من مفردة الى مفردة اخرى قد يكون مكلفا خاصة عندما تنتشر مفردات المجتمع على مساحات جغرافية واسعة و لكن استخدام المعاينة العنقودية يقلل من تكلفة الانتقال بين مفردات المجتمع.

الفرق بين المعاينة العنقودية و المعاينة التطبيقية

هناك نوع من التشابه بين المعاينة العنقودية و المعاينة العشوائية الطبقيّة فعندما يتم تقسيم المجتمع الى مجموعات غير متداخلة من المفردات و اعتبار هذه المجموعات طبقات و عندما يتم اختيار عينة عشوائية بسيطة من هذه الطبقات و نقوم بدراسة جميع مفرداتها فيكون لدينا المعاينة العنقودية ذات المرحلة الواحدة , اما اذا اخترنا عينة عشوائية من المفردات في تلك الطبقات فيكون لدينا المعاينة العنقودية ذات مرحلتين.

المعاينة الطبقيّة تعطينا تقديرات لمعالم المجتمع ذات تباين صغير حينما يكون هناك اختلاف بسيط و تجانس كبير بين مفردات كل طبقة , اما المعاينة العنقودية تعطينا تقديرات لمعالم المجتمع ذات تباين صغير حينما تتباين بدرجة كبيرة المفردات داخل كل مجموعة بينما يكون هناك تماثل بدرجة كبيرة بين مجموعات المجتمع.

مراحل اختيار العينة العنقودية ذات المرحلتين

يمكن اختيار العينة العنقودية ذات المرحلتين عن طريق:

-الحصول على الاطار يضم كافة العناقيد او التجمعات المختلفة التي تكون المجتمع.

-اختيار عينة عشوائية بسيطة من تلك المجموعات من داخل هذا الاطار

-الحصول على جميع للإطارات لجميع المجموعات التي تم اختيارها اولاً ثم يتم اختيار عينة عشوائية بسيطة من المفردات من داخل الاطار الخاص بكل مجموعة على حدة.

### عيوب المعاينة العنقودية ذات المرحلتين

المشكلة الاساسية التي تواجه الباحث في المعاينة العنقودية ذات المرحلتين هي اختيار المجموعات الصحيحة و المناسبة حيث من الضروري ان يتحقق الباحث من نقطتين:

1-التقارب الجغرافي للمفردات داخل المجموعة

2-عدد المفردات المناسب داخل المجموعة

3- اختيار المجموعات المناسبة يعتمد على رغبة الباحث و تكلفة

تقدير حجم العينة العنقودية ذات المرحلتين



يمكن تقدير العينة العشوائية العنقودية ذات المرحلتين ب:

### أ- تقدير الوسط الحسابي للمجتمع

$$\hat{u} = y_{cl} = \frac{N}{M} * \frac{\sum_{i=1}^n M_i * \bar{y}}{n}$$

-تقدير تباين هذا الوسط الحسابي :

$$V(u) = \left( \frac{N-n}{N n \bar{M}^2} \right) 6^2 c + \frac{1}{N n \bar{M}^2} \sum_{i=1}^n M_i * \left( \frac{M_i - m_i}{m_i} \right) * 6^2 c$$

-الحد على الخطأ في التقدير:

$$B = 2 \sqrt{\hat{v}(\hat{u})}$$

### ب- تقدير النسبة للمجتمع p

$$\hat{p}(u) = \frac{\sum_{i=1}^n M_i * \hat{p}_i}{\sum_{i=1}^n M_i}$$

اما تباين التقدير فهو:

$$V(p) = \left( \frac{N-n}{N n \bar{M}^2} \right) * sp^2 + \frac{1}{n N \bar{M}^2} * \sum_{i=1}^n \frac{M_i (M_i - m_i)}{M_i - 1} \hat{p} * \hat{q}$$

و الحد على الخطأ في التقدير هو:

$$B = 2 \sqrt{\hat{v}(\hat{p}c)}$$

### اختيار حجم العينة

حجم العينة في المعاينة العنقودية ذات المرحلتين تكون اكثر صعوبة من تحديد حجم العينة في انواع المعاينة الاخرى ذات المرحلة الواحدة اذ يجب علينا تحديد حجم العينة الذي يجب اختياره من بين مجموعات المجتمع (اختيار n) ثم بعد ذلك تحديد حجم العينة الذي يجب اختيارها من كل مجموعة على حدة (اختيار  $m_i$ ) و يعتمد التحديد الامثل لقيم  $n$  ,  $m_i$  , على مصدرين اساسيين للتباين و هما التباين بين المجموعات و التباين بين المفردات داخل المجموعات .

نفرض ان حجم العناقيد متساوي و عدد المفردات من كل عنقود متساوي ايضا. فان تقدير المتوسط

الحسابي يساوي:

$$u = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n \bar{y}_i$$

و تباين متوسط المجتمع هو:

$$V(\hat{u}) = \frac{6^2 b}{n} * \frac{6^2 w}{n m}$$

$6^2 w$  : التباين بين متوسطات المجموعات

$6^2 b$  : التباين بين المفردات داخل المجموعات

لتقدير حجم  $n$  و  $m$  اللتين تجعلان التباين اقل مايمكن و ذلك بتكلفة ثابت او اللذين تجعلان

اجمالي تكلفة المعاينة اقل مايمكن مع ثبات تباين تقدير المتوسط لذلك يجب تحديد التكلفة.

نفرض ان :

$C_1$  : تكلفة المعاينة لكل مجموعة

$C_2$  : تكلفة المعاينة لكل مفردة داخل المجموعة.

فتكون التكلفة الكلية لدراسة هي:

$$C = nc_1 + mnc_2$$

و منه :

$$m = \sqrt{\frac{c_1 * 6^2 w}{c_2 * 6^2 b}}$$

يمكن تقدير التباين داخل المجموعات و ذلك من جميع المجموعات  $n$  التي تمت معاينتها على النحو

التالي:

$$s_w^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n s_i^2$$

حيث ان:

$s^2_i$ : هو تقدير التباين داخل المجموعة  $i$  و هذا التقدير غير متحيز للتباين داخل المجموعة

اما  $\sigma^2_w$ .

$\sigma^2_b$  التباين بين متوسطات المجموعات فيمكن تقديره من :

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - \hat{u})^2$$

$s^2$  : يعتبر تقديرا غير متحيز للمقدار

$$\sigma^2_b + \frac{\sigma^2_w}{m}$$

و بما انه قد تم تقدير

$\sigma^2_w$  بالمقدر  $s^2_w$  فانه يمكن تقدير  $\sigma^2_b$  بالمقدر:

$$\hat{\sigma}^2_b = s^2 - \frac{s^2_w}{m}$$

فاذا حصلنا على قيم كل من  $s^2_w$  و  $s^2$  من بيانات عينة استرشادية فنستطيع تقدير كل من.

$\sigma^2_b$  و  $\sigma^2_w$  ونستخدمها في حساب قيمة  $m$  من المعادلة:

بعد ذلك يمكن استخدام المعادلة :

$$V(\hat{u}) = \frac{\sigma^2_b}{n} + \frac{\sigma^2_w}{nm}$$

لإيجاد حجم العينة  $n$ .

**العينات العشوائية غير الاحتمالية**

تعريفها

هي المعاينة لا يعطى احتمالات متساوية و فرصا متكافئة لجميع مفردات المجتمع في الاختيار العينة و  
انما تعتمد المعاينة فيه بصفة اساسية على التقدير الشخصي و الخبرة الخاصة للباحث عند اختياره  
مفردات العينة. و يعتبر من انواع العينات الشائعة استخدامها في ميدان العلوم الانسانية و العلوم  
الاجتماعية خاصة في بحوث التسويق و راي العام. و العامل الشخصي في اختيار مفردات العينة هو

عامل اساسي و على الرغم من ان هذا النوع من العينات ليس له من الاساس الاحصائي و العلمي ما يمكننا من تعميم نتائجه الا ان هناك بعض الظروف العملية قد تبرر استخدامه<sup>45</sup>.

كما ان النظرية الاحصائية و كل ما تقدمه من قواعد للاستدلال الاحصائي لتقدير معالم المجتمع فإنها تعتمد على بيانات العينة العشوائية الاحتمالية . اي ان التقديرات التي نحصل عليها من العينات الاحتمالية هي وحدها التي تستخدم في تقدير معالم المجتمع بدرجات الثقة المطلوبة.

### ظروف استعمال العينات غير الاحتمالية

يضطر الباحث لاستخدام هذا النوع من العينات لان مجتمع الدراسة مجهول و غير ممكن تحديده لعدة عوامل اهمها:

-حساسية بعض مواضيع الدراسة فمثلا دراسة مجتمعات المجرمين -الامهات العازبات ... و بتالي العشوائية غير ممكنة

-تحديد مجتمع الدراسة و لكن صعوبة تحديد مفردات مجتمع الدراسة

-هدف الدراسة يقتصر على عينة معينة من الافراد

### انواع العينات غير الاحتمالية

#### 1-العينة الصدفية

هي العينة التي يتم فيها اختيار مفردات الدراسة نتيجة لعامل الصدفة و ليس لأي عامل اخر

تعتبر من اضعف العينات الاحتمالية من حيث قدرتها الى الوصول الى النتائج دقيقة نظرا لارتفاع نسبة التحيز لدى الباحث و انخفاض نسبة التمثيل لمجتمع الدراسة

تتصف بسهولة التطبيق و لا تتطلب اي اجراء مسبق , تستخدم خاصة في البرامج الاعلامية و التلفزيونية او قياس اتجاهات الراي العام حول مسألة ما و سؤال من نقابله مصادفة.

#### -العينة العمدية القصدية

حسين علوان ( 1994 ) , طرق المعاينة , الطبعة الاولى , دار الفرقان, عمان, الاردن ص 9<sup>45</sup>

هي نوع من العينات التي يختار فيها الباحث مناطق محددة تتميز بخصائص و مزايا احصائية تمثل المجتمع و هي تعطي نتائج اقرب ما تكون الى نتائج التي يمكن ان يصل اليها الباحث بمسح مجتمع البحث كله و من اهم نقائص هذا النوع من العينات انها تفترض بقاء الخصائص و المعالم الاحصائية للوحدات موضع الدراسة دون تغيير , و هذا امر يتخالف مع الواقع المتغير . يكون اختيار الباحث لمفردات العينة بطريقة تحكمية او عمدية لذلك يطلق عليها بالمعاينة العمدية او القصدية .

شروط اختيار العينة العمدية

1-وجود اطار للمجتمع

2-تحديد حجم العينة

3-وضع شروط و مواصفات لوحدات المعاينة المختارة

4-اختيار المفردات وفق الشروط المحددة مقدما

انواع المعاينة العمدية:

-**العينة الحصصية:** هي اختيار عينة تمثل الحصص او الفئات المختلفة في المجتمع و بنفس نسب تواجدهم, فاذا كانت العينة المطلوبة من الجنسين (ذكور و اناث) و كانت نسبتهم  $\frac{1}{2}$  في المجتمع فيجب ان تأخذ العينة بنفس النسبة . كما تتطلب معرفة مسبقة لمجتمع الدراسة من حيث تكوين المجموعات. كما تعتبر من افضل العينات غير العشوائية لان الباحث يختار العينة وفقا لخصائص محددة لأفراد المجتمع. يكثر استخدامها في المؤسسات التي تهتم باستطلاع الراي العام و السبب وراء استخدام المعاينة الحصصية هو الاقتصاد في التكلفة و الوقت و الجهد اذ ان النتائج المتحصل عليها غالبا ما تتحكم فيها ظروف زمنية ضيقة و لا يستطيع الباحث تحديد احتمال سحب اي وحدة و دخولها في العينة و بالتالي لا يستطيع ان يعطي حكما على خطأ المعاينة او مدى درجة دقة معاينة.

شروط اختيار العينة الحصصية

1-وجود اطار لمجتمع الدراسة

2-تحديد حجم العينة

3-تقسيم المجتمع الى فئات او طبقات على اساس الخصائص و الصفات معينة

4-يترك للباحث حرية الاختيار المفردات موضع المعاينة.

-عينة كرة الثلج (الشبكية) : فيها يتعرف الباحث على فرد من المجتمع الدراسة الذي يقوده الى افراد آخرين و هكذا يتسع نطاق الدراسة وتسمى ايضا بالعينة المتضاعفة. تتطلب قدرة من الباحث على اقناع من يتعرف اليهم من مجتمع الدراسة بالتعاون معه في ارشاده الى مفردات اخرى . تستخدم في حالة عدم توفر قائمة بكل افراد المجتمع.

-العينة المتتابة : تشبه العينة العمدية مع وجود فرق هو انه في العينة العمدية يحاول الباحث الحصول على اكبر عدد ممكن من الحالات المناسبة التي تقع في نطاق تعريفه للمتغيرات التي يدرسها . فالمبدأ الاساسي هو الحصول على كل حالة ممكن الحصول عليها. اما في العينة المتتابة فان الباحث يظل يجمع الحالات حتى تملأ المعلومات او الحالات التي يحصل عليها حتى يجمع عددا من الافراد و يدرسهم ثم يجمع عددا اخر و يدرسهم و هكذا بالتتابع حتى يحقق الهدف الذي يريد الوصول اليه من دراسة العينة . مثال: يريد باحث دراسة حالات الرسوب في الثانوية العامة و لتحقيق ذلك يجمع الباحث عددا من الراسبين و يدرسهم و فقا لمتغيرات بحثه , ثم يجمع عددا اخر و يدرسهم و هكذا حتى يصل الى نقطة التشبع و يحصل على بيانات جديدة , فيتوقف و يعتبر انه حصل على العينة التي يريدتها.

-العينة الكتلية: يختار الباحث الافراد في شكل جماعات مثل العمارة التي يسكن فيها . الهدف الوحيد للاختيار هو سهولة الحصول على البيانات . عينة متحيزة لا يمكن التعميم منها و انما نتائجها لا تنطبق الا على كتلة التي اختارها الباحث.

## قائمة المراجع

-المراجع باللغة العربية

1 - احمد عبد السميع طبيه (2008) مبادئ الاحصاء , الطبعة الاولى, دار البداية عمان

- 2- انيس اسماعيل كنجو (2000), الاحصاء و الاحتمال مكتبة العبيكان الرياض المملكة العربية السعودية .
- 3- بلقاسم سلاطنية, حسان الجلاي (2004), منهجية العلوم الاجتماعية , دار الهدى لطباعة , عين ميله, الجزائر .
- 4- جلاطو جيلالي(2002), الاحصاء مع تمارين محلولة , ديوان المطبوعات الجامعية, الجزائر .
- 5- جلال مصطفى الصياد و الدكتور جلال مصطفى (1990), مقدمة في طرق المعاينة الاحصائية, الطبعة الاولى ' المملكة العربية السعودية.
- 6- حسين علوان ( 1994 ) , طرق المعاينة , الطبعة الاولى , دار الفرقان, عمان, الاردن .
- 7- دلال القاضي وآخرون (2005) , الإحصاء للإداريين والاقتصاديين، دار الحامد، عمان، الأردن.
- 8- رجاء وحيد دويدري (2000) , البحث العلمي اساسياته النظرية و ممارساته العلمية, الطبعة الاولى, دار الفكر, دمشق , سوريا.
- 9- رشيد زرواتي(2002) , تدريبات على منهجية البحث العلمي في العلوم الاجتماعية طبعة الاولى دار هومة لنشر.
- 10- سالم عيسى بدر ( 2010 ) , مبادئ الاحصاء الوصفي الاستدلالي, دار المسيرة لنشر و التوزيع و الطباعة , الطبعة الثانية
- 11- صالح بو عبد الله(2006) , محاضرات في الاحصاء الرياضي كلية العلوم الاقتصادية جامعة مسيلة.
- 12- طلعت همام (1984), مناهج البحث العلمي الطبعة الاولى دار عمار عمان الاردن
- 13- عبد الله عمر زين الكاف (2014), تطبيق العمليات الاحصائية في البحوث العلمية مع استخدام برنامج SPSS , الطبعة الاولى, مكتبة القانون و الاقتصاد, الرياض , السعودية.

- 14- محمد راتول (2009) , الاحصاء الوصفي , الطبعة الثالثة , ديوان المطبوعات الجامعية, بن عكنون, الجزائر .
- 15- محمد رشيد (2012) , مبادئ الاحصاء و الاحتمالات و معالجتها باستخدام برامج احصائية دار الصفاء عمان الاردن .
- 16- محمد صبحي ابو صالح, عدنان محمد عوض(2004), مقدمة في الاحصاء , دار المسيرة , عمان الاردن.
- 17- ماجد محمد الخياط (2010) , اساسيات البحوث الكمية و النوعية في العلوم الاجتماعية , الطبعة الاولى, دار الراجية , عمان , الاردن
- 18-- معجم المصطلحات الاحصائية (2005) , المعهد العربي للتدريب و البحوث الاحصائية.
- 19- مهدي العلاق, الاساليب الاحصائية في ميدان التطبيق, (2001), طبعة الاولى
- 20- مهدي العلاق و د عدنان شهاب حمد (2001), الاساليب الاحصائية في ميدان التطبيق, طبعة الاولى.
- 21- نائل حافظ العواملة (1995), اساليب البحث العلمي و تطبيقاته في الادارة, طبعة الاولى.

#### المراجع باللغة الفرنسية

- 1- Bernard Verlant et Geneviève Saint -Pierre (2008), Statistiques et Probabilités, Berti édition, Alger.
- 2- Nachmias (1992), Research Methods in the social Sciences, St, Martin Press, New York.
- 3- Pascal Ardilly (2006), Les techniques de sondage, éditions TECHNIP, Paris.
- 4- Philippe Guilbert, David Haziza, Anne Ruiz-Gazen et Yves Tillé (2008), Méthodes de sondage, édition, DUNOD.



5– Yves Tillé (2019), Théorie des sondages, 2 édition, DUNOD.