Fiche n° 2 (01)

exo 1 :

1) $\int_0^1 \frac{t}{\sqrt{1-t^2}}$: La fct $t \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$ est continue sur $[0,1[$.

on a pour $t \in [0,1[$ on a

$$F(x) = \int_0^x \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} dt = \int_0^x \left(\sqrt{1-t^2}\right)' dt.$$

$$= \left[-\sqrt{1-t^2}\right]_0^x = 1 - \sqrt{1-x^2}$$

La fct $f(x)$ admet une limite lorsque $x \mapsto 1$

avec $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 1$ donc l'intégrale $\int_0^1 \frac{t}{\sqrt{1-t^2}}$ cv

et vaut 1

2) $\int_{-1}^0 \frac{1}{t(t+2)} dt$. La fct $t \longrightarrow \frac{1}{t(t+2)}$ est continue sur $[-1,0[$

et pour $t \in [-1,0[$; on obtient :

$$f(x) = \int_{-1}^x \frac{1}{t(t+2)} dt = \frac{1}{2} \int_{-1}^x \left[\frac{1}{t} - \frac{1}{t+2}\right] dt$$

car $\left[\frac{1}{t(t+2)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+2}\right)\right]$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}\left(\left[\ln|t|\right]_{-1}^x - \left[\ln|t+2|\right]_{-1}^x\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left[\ln|x| - \underbrace{\ln|-1|}_{= 0} - \ln|x+2| + \underbrace{\ln|-1+2|}_{= 0}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\ln|x| - \ln|x+2|\right]$$

Nous savons que $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = -\infty$