et on a :

$$\begin{cases} \text{si } x=0 \text{ alors } t=0 \\ \text{et si } x=\pi \text{ alors } t \longmapsto +\infty \end{cases}$$

, donc on obtient une intégrale impropre définie par :

$$\int_0^{\pi} \frac{dx}{2+\cos x} = 2\int_0^{+\infty} \frac{dt}{3+t^2}$$

nous avons calculé cette intégrale dans la 1ère question, on en déduit que

$$\int_0^{\pi} \frac{dx}{2+\cos x} = 2 \cdot \frac{\pi}{2\sqrt{3}} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}$$

exo n° 3 :

1) La fct $f : x \longmapsto \dfrac{4x}{x^4-1}$ est continue et positive sur $[2, +\infty[$. De plus,

$$\frac{4x}{x^4-1} \underset{+\infty}{\sim} \frac{4x}{x^4} = \frac{4}{x^3}$$

Or, $\int_2^{+\infty} \frac{4}{x^3}\, dx$ converge (Intégrale de Riemann $\alpha = 3 > 1$).

Donc par critère d'équivalence des fcts positives, on en déduit que $\int_2^{+\infty} \frac{4x}{x^4-1}\, dx$ est convergente.