06

2) Vérification de l'égalité donnée :

$$\frac{-2x}{x^2+1}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}=\frac{-2x(x^2-1)+(x^2+1)(x+1)+(x^2+1)(x-1)}{(x^2+1)(x^2-1)}$$

$$=\frac{\cancel{-2x^3}+2x+\cancel{x^3}+\cancel{x^2}+x+1+\cancel{x^3}-\cancel{x^2}+x-1}{x^4-1}$$

$$=\frac{4x}{x^4-1}$$

3) Nous calculons la valeur de l'intégrale comme suit. Alors.

$$F(t)=\int_2^t \frac{4x}{x^4-1}\,dx\int_2^t\left[\frac{-2x}{x^2+1}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}\right]dx$$

$$=\Big[-\ln|x^2+1|+\ln|x-1|+\ln|x+1|\Big]_2^t$$

$$=\Big[\ln|x^2-1|-\ln|x^2+1|\Big]_2^t=\left[\ln\left|\frac{(x^2-1)}{(x^2+1)}\right|\right]_2^t$$

$$=\ln\left|\frac{t^2-1}{t^2+1}\right|-\ln\frac{3}{5}$$

et aussi

$$\lim_{t\to+\infty}F(t)=\lim_{t\to+\infty}\ln\left|\frac{t^2-1}{t^2+1}\right|-\ln\frac{3}{5}=-\ln\frac{3}{5}$$

$$\left(\text{on } \frac{t^2-1}{t^2+1}\longrightarrow 1 \text{ et donc } \ln\left|\frac{t^2-1}{t^2+1}\right|\longrightarrow 0\right)$$