SectionIV: Dynamique du point matériel

IV-1 Introduction

Contrairement à la cinématique,traitée dans lapartie précédente, la dynamique est la partie de la mécanique qui permet de traiter les mouvements, en tenant compte de leurs causes et qui sont les forces.

Cettepartie comporte un certain nombre delois ou principes importants permettant de relier les forces et les éléments cinématiques, dans un mouvement d'un objet.

Nous décrirons, dans cette section, différents types de forces ainsi que la notion de moment cinétique. Cette dernière étant utile pour l'étude des cas particuliers de mouvements circulaire et de rotation.

IV-2 Lois fondamentales de la dynamique

Les lois de Newton sont au nombre de trois.

IV-2-a Première loi de Newton: Principe de l'inertie

Enoncé de la première loi de Newton

« En absence de forces externes, un objet au repos reste au repos et un objet en mouvement continue de se déplacer de manière rectiligne uniforme ».

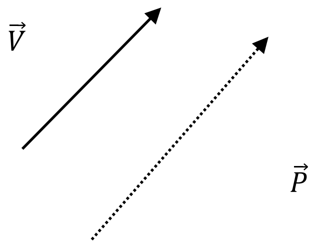
En l'absence de forces externes ou si la somme vectorielle de forces appliquées est nulle, le système ou l'objet est dit isolé.

IV-2-b Deuxième loi de Newton: Principe fondamental de la dynamique

Dans cette loi sont introduites deux notions. La masse (m) du corps et sa quantité de mouvement (P).La masse est la grandeur physique qui mesure l'inertie d'un corps. En d'autres termes,plus la masse d'un objet est importante, plus il sera difficile de lui imposer: une accélération, une décélération (ralentissement) ou un changement de direction.

Nous savons que le mouvement d'un corps est décrit par les vecteurs cinématiques: position, vitesse etaccélération.Mais ces informations sont insuffisantes pour décrire l'état du corps. Pour cela, il faut introduire des grandeurs supplémentaires. Parmi ces grandeurs, la quantité du mouvement. Cette grandeur combine la vitesse du corps à sa masse.

- ✓ La quantité de mouvement $\vec{P}$ d'une objet est définie comme étant le produit de sa masse par son vecteur vitesse: $\overrightarrow{P} = m\vec{V}$.
- ✓ La quantité du mouvement est une grandeur vectorielle qui à la même direction que la vitesse.



Remarque : Un corps libre se déplace avec une quantité de mouvement constante.

Enoncé de la deuxième loi de Newton

« Dans un Référentiel Galiléen, la somme vectorielle des forces qui s'exercent sur un point matériel est égale au produit du vecteur accélération et de sa masse »

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}$$

Cette loi permet de relier la cinématique du point matériel aux causes de son mouvement. Dans le cas général, la résultante des forces qui s'exercent sur un objet est égale à la dérivée, par rapport au temps,du vecteur quantité de mouvement:

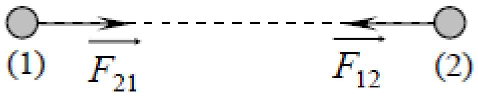
$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

Dans le cas particulier d'une masse constante:

$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{V} + m\frac{d\vec{V}}{dt}$ si m est constante, $\frac{dm}{dt} = 0 \Rightarrow \sum \vec{F}_{ext} = m\frac{d\vec{V}}{dt} = m\vec{a}$

IV-2-c Troisième loi de Newton:action et réaction

Si un objet (1) exerce une force $\vec{F}_{1\to 2}$ sur un autre objet (2), ce dernier exerce en retour une force $\vec{F}_{2\to 1}$, de même intensité mais dans le sens opposée $\vec{F}_{1/2} = -\vec{F}_{2/1}$



Si le système est isolé $\Rightarrow$ $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{P}_1}{dt} + \frac{d\vec{P}_2}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{1/2} + \vec{F}_{2/1} = \vec{0}$

Ces forces sont portées par la même droite.

IV-3 Exemples de forces

On appelle force toute action de l'extérieur sur un système et qui impliquerait un changement de l'état de repos.

IV-3- a Le poids

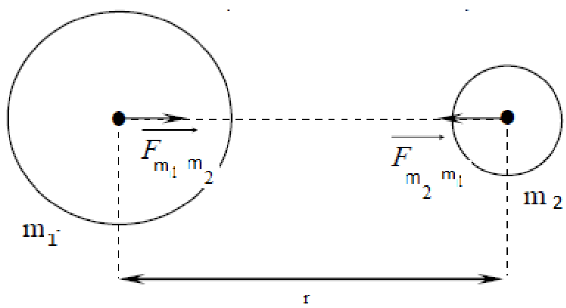
Le poids d'un corps est la force exercée par la terre sur un corps immobile. Cette force est appelée force de pesanteur.$\vec{F} = \vec{P} = m\vec{g}$, où$\vec{g}$ est le vecteur accélération de la pesanteur. La valeur de g est de9.8m/s^2.

IV-3-b La gravitation universelle

Si M_1 et M_2 sont deux objets de masses m_1 et m_2, séparés d'une distance r, il sont en interaction. La force d'attraction qui apparait entre eux est:

$$\vec{F} = G.\frac{m_1.m_2}{r^2}$$

G étant la constante gravitationnelle égale à 6.673 10^{-11} N.m²/Kg². Un bon exemple est celui de l'interaction lune-terre.



La force exercée par la terre sur un objet s'écrit: $F_g = m.g(r) = m.\left(\frac{GM_T}{r^2}\right)$

La force gravitationnelle au voisinage de la terre est le poids : $F_g = m.g(r) = m.\left(\frac{GM_T}{r^2}\right)$

où $g(r) = m.\left(\frac{GM_T}{r^2}\right)$

La force gravitationnelle au voisinage de la terre est: $m.\frac{GM_T}{{R_T}^2} = mg_0 \text{ , } g_0 = \frac{GM_T}{{R_T}^2}$

M_T : est la masse de la terre égal à 5.98 10^{34} Kg.

R_T : le rayon de la terre égal à 6.37.10^6 m.

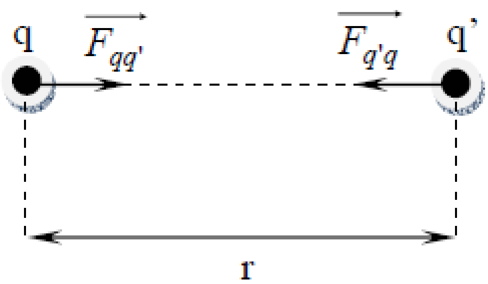
g_0 : le champ de pesanteur égal à 9.8 m/s^2.

Si le corps se trouve à une hauteur Z de la surface de la terre, alors:

$$F = \frac{m.M}{(R+Z)^2} \qquad g = \frac{GM}{(R+Z)^2} = \frac{GM}{R^2}.\frac{R^2}{(R+Z)^2} = g_0\frac{R^2}{(R+Z)^2}$$

IV-3-c Loi de coulomb en électrostatique

L'interaction coulombienne est l'équivalent de l'interaction gravitationnelle pour les charges électriques. Deux charges q_1 et q_2, de signes opposés, s'attirent. Le module de la force d'attraction est donnée par:



$$\vec{F}_{q'q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q'q}{r^2} = k\frac{q'q}{r^2}$$

k est une constante qui dépend du milieu dans lequel se trouvent les deux charges. k= $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9$ USI

IV-3-d Interaction électromagnétique: Force de Lorentz

Le champ électromagnétique exerce une force sur des particules possédant une charge électrique q, en mouvement x non nulle. La force que subit une charge électrique placée dans un champ électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$est appelée force électromagnétique ou force de Lorentz:

$$\vec{F} = q.(\vec{E} + \vec{V}\Lambda\vec{B}).$$

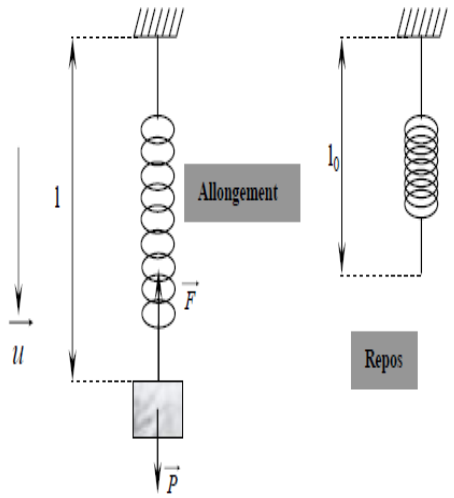
Les vecteurs $\vec{E}$et$\vec{B}$ sont pris au point où se trouve la charge. $\vec{V}$ représentela vitesse de la charge dans le référentiel d'étude.

IV-3-e La force de rappel d'un ressort

Une masse (m) accrochée à un ressort de longueur à vide L_0 subit une force de rappel $\vec{F}$, une fois le ressort allongé, avec une longueur L.

$\vec{F}$ est donnée par :

$$\vec{F} = k.\Delta l.\vec{u}$$

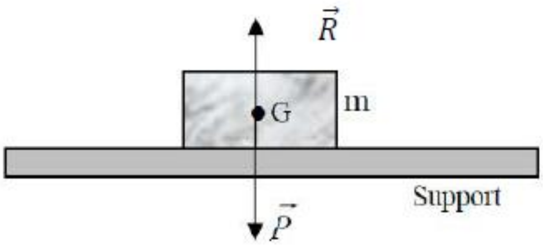


k: est la constante de raideur, caractéristique du ressort, qui s'exprime en $N.m^{-1}$.ΔL est la différence $L-L_0$.

IV-3-f Forces de contact

IV-3-f-i Réaction du support

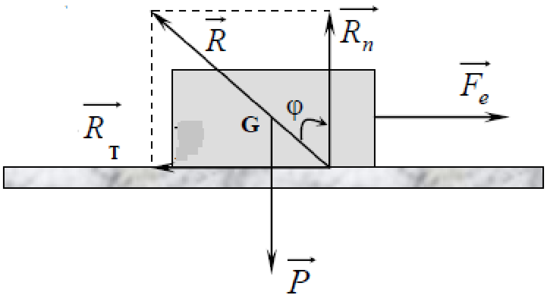
Un objet de poids (P), posé sur un support horizontal subit la réaction du support.La direction de cette réaction est orthogonale à la surface du support au niveau du contact.



IV-3-f-ii Forces de frottement

Le frottement est l'action d'une surface rigide sur un solide. Cette action s'oppose au mouvement par rapport à la surface. Par exemple, en poussant un objet sur une table avec une vitesse et après l'avoir lâché,l'objet ralentit et s'arrête.

La perte de quantité de mouvement montre qu'une force $\vec{R}$s'oppose au mouvement. Cette force est dite force de frottement.



Le rapport des réactions tangentielle $\vec{R}_T$et normale $\vec{R}_N$définit ce qui s'appelle le coefficient de frottement μ. $\mu = \frac{R_T}{R_N}$.

Si le corps est au repos, on définit le coefficient de frottement statique$\mu_s = \frac{R_T}{R_N}$.

Si le corps est en mouvement, on définit le coefficient de frottement cinétique : $\mu_c = \frac{R_T}{R_N}$.

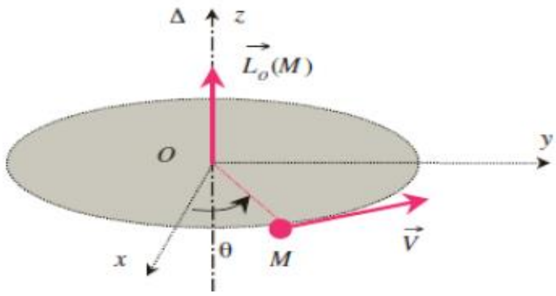
IV-4 Moment cinétique

Dans plusieurs cas, comme par exemple dans le cas des mouvements de rotation, il est plus commode d'utiliser le théorème du moment cinétique au lieude la deuxième loi de Newton. Nous considérerons, dans ce qui suit, le mouvement d'un point matériel M, de masse m dans un référentiel $\Re$ et par rapport à un point O fixe du référentiel.

IV-4-a Moment cinétique d'un pointmateriel

Soit un point matériel M de masse m et en mouvement avec une vitesse V, par rapport à un centre O et dans unréférentiel $\Re$. Le moment cinétique de M, par rapport à O est défini par:

$$\vec{L}_0(M)_R = \overrightarrow{OM} \Lambda m\vec{V}$$



On définit également lecinétique du point matériel M par rapport à un axe (Δ) comme suit:

$$\vec{L}_\Delta(M)_R = (\overrightarrow{OM} \Lambda m\vec{V}) .\vec{u}$$ $\vec{u}$étant le vecteur unitaire porté par l'axe (Δ).

IV-4-b Théorème du moment cinétique

Soit un objet de masse (m) se déplaçant à unevitesse$\vec{V}$, dans un référentiel galiléen$\Re$.

IV-4-b-i Théorème du moment cinétique par rapport à un point fixe O

« Dans un référentiel Galiléen$\mathcal{R}$, le moment dynamique $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\vec{\mathrm{L}}_{/\mathrm{O}}$ d'un point matériel M, par rapport à un point fixe O*du référentiel, est égal au moment de la résultante des forces extérieures exercées sur M »*

$$\frac{d}{dt}\vec{L}_{/O} = \overrightarrow{OM}\Lambda\, m\, \vec{a} = \overrightarrow{OM}\Lambda \sum \vec{F} = \mathcal{M}_{\mathrm{O}}(\vec{\mathrm{F}})$$

En effet, si $\vec{a}$ est l'accélération du mouvement:

$$\frac{d}{dt}\vec{L}_0 = \frac{d(\overrightarrow{OM}\Lambda m\vec{V})}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\Lambda m\vec{V} + \overrightarrow{OM}\Lambda m\frac{d\vec{V}}{dt} \qquad \frac{d}{dt}\vec{L}_0 = \vec{V}\Lambda m\vec{V} + \overrightarrow{OM}\Lambda m\frac{d\vec{V}}{dt} = \overrightarrow{OM}\Lambda m\vec{a}$$

Sachant que$\vec{V}\Lambda m\vec{V} = \vec{0}$ et en utilisant la deuxième loi de Newton, on obtient:

$$\frac{d}{dt}\vec{L}_{/O} = \overrightarrow{OM}\Lambda m\vec{a} = \overrightarrow{OM}\Lambda \sum \vec{F}$$

IV-4-b-ii Théorème du moment cinétique par rapportà un axe (Δ)

Par rapport à un axe (Δ), le moment dynamique $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\vec{\mathrm{L}}_{/(\Delta)}$ est donné par:

$$\frac{d}{dt}\vec{L}_{/\Delta} = \overrightarrow{OM}\Lambda\, m\, \vec{a} = \overrightarrow{OM}\Lambda \sum \vec{F} = \mathcal{M}_{\Delta}(\vec{\mathrm{F}})$$

« $\frac{d}{dt}\vec{L}_{/(\Delta)}$ *est le moment, par rapport à l'axe (Δ), de la résultante des forces extérieures appliquées au corps en mouvement »*