Fiche TD N=3

Exercice 1

Un réservoir sphérique utilisé dans l'industrie chimique a un diamètre intérieur d_{int} = 1,5 m et sa paroi est faite de trois couches:

- **la première en acier a l'épaisseur δ_1 = 2 mm et λ_1 = 42 W/mK;**
- **la deuxième en asbeste a l'épaisseur δ_2 = 10 mm et λ_2 = 0,128 W/mK;**
- **la troisième en acier a l'épaisseur δ_3 = 3 mm et λ_3 = 42 W/mK.**

Les couches sont indiquées dans l'ordre de leur position de l'intérieur vers l'extérieur. Sachant que les coefficients superficiels de transfert thermique sont à l'intérieur h_1 = 400 W/m^{2}K et à l'extérieur h_2 = 30 W/m^{2}K et que la température du fluide à l'intérieur du réservoir est de 473K et la température de l'air ambiant est de 293K, on demande:
a) la résistance thermique totale de la structure;
b) le flux total qui traverse la structure;
c) le coefficient de transfert thermique global;
d) les températures dans les surfaces de contact entre les couches;
e) la conductivité thermique équivalente, si on considère que le reservoir est fait d'un seul matériau.

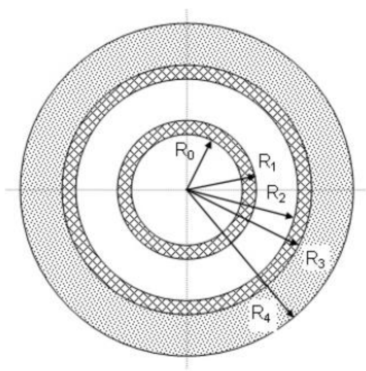
Exercice 2

Le dispositif représenté par le schéma, supposé à symétrie sphérique, est destiné à isoler thermiquement de l'extérieur une cavité, initialement remplie d'azote liquide. La paroi $r = R0$ est donc maintenue à 80 K. Un petit évent, que l'on négligera, impose la pression atmosphérique dans la cavité.
La face externe de la première enceinte métallique $R0 < r < R1$ et la face interne de la seconde $R2 < r < R3$ sont polies, de telle façon que les échanges radiatifs soient négligeables. L'espace intermédiaire $R1 < r < R2$ est rempli d'air.
La deuxième enceinte métallique est entourée d'une couche d'isolant thermique $R3 < r < R4$. La surface externe du dispositif $r = R4$ est baignée par l'air ambiant à la température Tex = 25°C. On ne considèrera qu'un transfert convectif avec une valeur constante hc du coefficient de transfert.
1. Calculer les pertes thermiques à travers l'enceinte.
2. Calculer au bout de combien de temps la moitié de l'azote liquide sera vaporisée.

R_0 = 0,146 m
R_1 = 0,150 m
R_2 = 0,200 m
R_3 = 0,204 m
R_4 = 0,300 m

λ_{air} = 0,025 W/m.°C
$\lambda_{métal}$ = 15 W/m.°C
$\lambda_{isolant}$ = 0,010 W/m.°C

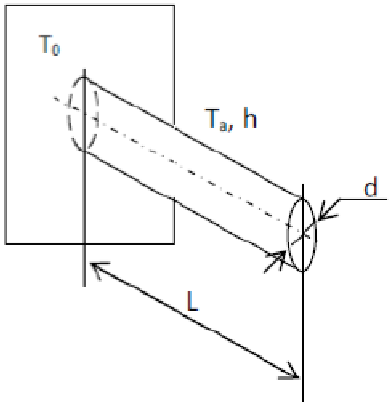
h_c = 10 W/m².°C



Données :
Masse volumique de l'azote r = 808 kg/m3. Chaleur latente de vaporisation à la pression atmosphérique L_V = 2.105 J/kg à 80 K.

Exercice 3

Une tige en aluminium (k_{al}=200W/m.°C) de 4 cm de diamètre et 13 cm de longueur implantée dans un mur maintenu à une température de 238°C (voir figure ci-contre).
La tige est exposée à un environnement de 21°C. Le coefficient de transfert de chaleur par convection est 14W/m^2.°C.
Calculez le flux de chaleur perdu par cette tige.



Exercice 4

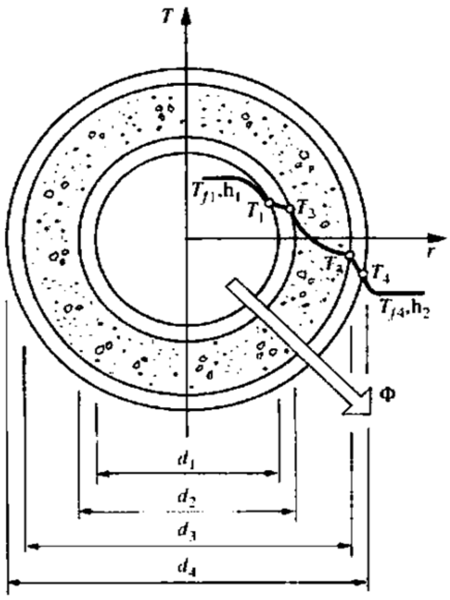
Trois ailettes en aluminium (k_{Al}=200 W/m.°C), ayant des diamètres différents (4, 6 et 8) mm avec une longueur de 6cm sont exposées à un environnement convectif de (T_a=18°C et h=40 W/m^2.°C). La température de base pour chacune des ailettes est de 192°C.

1. Calculer le flux de chaleur (f) pour chaque ailette;
2. Calculer l'efficacité de chaque ailette;
3. Expliquer la variation de (f) en fonction de diamètre pour ces trois ailettes.

Solution de fiche TD N 3

Exercice N=1

Solution



a) La résistance thermique totale de la structure est:

$$R_{tt} = \frac{\dfrac{1}{h_1 \cdot d_1^2} + \displaystyle\sum_{j=1}^{4} \frac{1}{2\lambda_j}\left(\frac{1}{d_j} - \frac{1}{d_{j+1}}\right) + \dfrac{1}{h_2 \cdot d_4^2}}{\pi} =$$

$$= \frac{\dfrac{1}{400 \cdot 1{,}5^2} + \dfrac{1}{2 \cdot 42}\left(\dfrac{1}{1{,}5} - \dfrac{1}{1{,}504}\right) + \dfrac{1}{2 \cdot 0{,}128}\left(\dfrac{1}{1{,}504} - \dfrac{1}{1{,}524}\right) + \dfrac{1}{2 \cdot 42}\left(\dfrac{1}{1{,}524} - \dfrac{1}{1{,}530}\right) + \dfrac{1}{30 \cdot 1{,}53^2}}{\pi} =$$

$= 0{,}01575$ K/W

b) Le flux qui traverse la structure est:

$$\Phi = \frac{(T_{f1} - T_{f4})}{R_{tt}} = \frac{473 - 293}{0{,}01575} = 11428 \text{ W}$$

c) Le coefficient de transfert thermique global est:

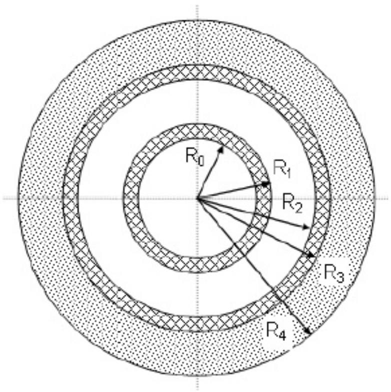
$$h_g = \frac{1}{R_{tt}} = \frac{1}{0{,}01575} = 63{,}49 \text{ W/K}$$

d) La conservation du flux thermique permet d'écrire:

$$\Phi = \frac{\pi \cdot (T_{f1} - T_1)}{\dfrac{1}{h_1 \cdot d_1^2}} \quad \Rightarrow \quad T_1 = T_{f1} - \frac{\Phi}{\pi \cdot h_1 \cdot d_1^2} = 468{,}95 \text{ K}$$

$$\Phi = \frac{\pi \cdot (T_1 - T_2)}{\dfrac{1}{2\lambda_1}\left(\dfrac{1}{d_1} - \dfrac{1}{d_2}\right)} \quad \Rightarrow \quad T_2 = T_1 - \frac{\Phi}{\pi} \cdot \frac{1}{2\lambda_1}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) = 468{,}87 \text{ K}$$

Exercice N=2



$R_0 := 0.146\cdot m$ $\lambda_{air} := 0.025\cdot W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}$

$R_1 := 0.150\cdot m$ $\lambda_{métal} := 15\cdot W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}$

$R_2 := 0.200\cdot m$ $\lambda_{isolant} := 0.010\cdot W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}$

$R_3 := 0.204\cdot m$ $h_{ex} := 10\cdot W\cdot m^{-2}\cdot K^{-1}$

$R_4 := 0.300\cdot m$ $T_0 := 80\cdot K$

$\lambda_1 := \lambda_{métal}$ $T_{ex} := 25\cdot K + TK$

$\lambda_2 := \lambda_{air}$ $T_{ex} = 298.15K$

$\lambda_3 := \lambda_{métal}$ $\rho_{azote} := 808\cdot kg\cdot m^{-3}$

$\lambda_4 := \lambda_{isolant}$ $L_v := 2\cdot 10^5\cdot J\cdot kg^{-1}$

- **(1)** On calcule la résistance au transfert

Conduction $\Phi = \varphi\cdot S = \left(-\lambda\cdot\frac{dT}{dr}\right)\cdot\left(4\cdot\pi\cdot r^2\right)$

$j := 1..4$ $\int_{R_{j-1}}^{R_j}\frac{\Phi}{r^2}\,dr = -\int_{T_{j-1}}^{T_j}4\cdot\pi\cdot\lambda_j\,dT$ $\Phi = \frac{T_{j-1}-T_j}{\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\lambda_j}\cdot\left(\frac{1}{R_{j-1}}-\frac{1}{R_j}\right)}$

Convection $\Phi = h_{ex}\cdot S\cdot\Delta T = h_{ex}\cdot\left(4\cdot\pi\cdot R_4^{\,2}\right)\cdot\left(T_4 - T_{ex}\right)$ $\Phi = \frac{T_4 - T_{ex}}{\frac{1}{4\cdot\pi\cdot h_{ex}\cdot(R_4)^2}}$

$$\Phi := \frac{T_0 - T_{ex}}{\sum_j\left[\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\lambda_j}\cdot\left(\frac{1}{R_{j-1}}-\frac{1}{R_j}\right)\right]+\frac{1}{4\cdot\pi\cdot h_{ex}\cdot(R_4)^2}}$$ $\Phi = -12.202\,W$

$$\frac{4\cdot\pi\cdot(80-298.15)}{\frac{1}{15}\cdot\left(\frac{1}{.146}-\frac{1}{.150}\right)+\frac{1}{.025}\cdot\left(\frac{1}{.150}-\frac{1}{.200}\right)+\frac{1}{15}\cdot\left(\frac{1}{.200}-\frac{1}{.204}\right)+\frac{1}{.01}\cdot\left(\frac{1}{.204}-\frac{1}{.300}\right)+\frac{1}{10\cdot(.3)^2}} = -12.202$$

- **(2)** On calcule la quantité d'énergie nécessaire pour vaporiser la moitié de l'azote liquide. On en déduit le temps nécessaire.

$V_0 := \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot(R_0)^3 = 13.036L$ $m_0 := \rho_{azote}\cdot V_0 = 10.533kg$ $Q_{1/2} := L_v\cdot\frac{-m_0}{2} = -1.053\times10^6 J$

volume total masse totale

$Q_{1/2} = -\left[\frac{2}{3}\cdot\pi\cdot(R_0)^3\cdot\rho_{azote}\cdot L_v\right]$ $-\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\pi\times0.146^3\times808\times2\times10^5 = -1.053\times10^6$

$t_{1/2} := \frac{Q_{1/2}}{\Phi}$ $t_{1/2} = 86321\,s$ $t_{1/2} = 24\cdot h$

Exercice N=3

Solution

$$\phi = k.m.S(T_0 - T_a).\frac{th(mL)+G}{1+G.th(mL)}$$

k_{al}=200 W/m.°C; h=14W/m².°C

T_0=238°C; T_a=21°C; L=13cm=0,13m; d=4 cm=0,04m; P=π.d=π.0,04 m

$S=\pi.d^2/4=\pi.(0,04)^2/4=0.001256\ m^2$

$$m=\sqrt{\frac{h.P}{k.S}}=\sqrt{\frac{14.0{,}04.\pi}{200.0{,}001256}}=2{,}6464\ m^{-1}$$

$$G=\frac{h}{k.m}=\frac{14}{200.2{,}6464}=0{,}02645$$

$$\phi = 200.2{,}6464.0{,}001256.(238-21).\frac{th(2{,}6464.0{,}13)+0{,}02645}{1+0{,}02645th(2{,}6464.0{,}13)}=51{,}1243W=51{,}1243J/s$$

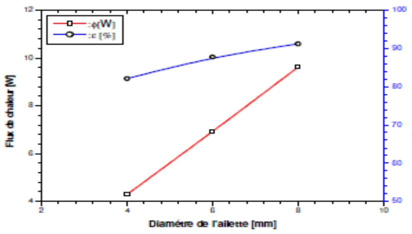
Exercice N=4

Solution

k_{al}=200 W/m.°C; h=40W/m².°C; T_0=192°C; T_a=18°C; L=6cm=0,06m; P=π.d; S=π.d²/4.

$$\phi = k.m.S(T_0 - T_a).\frac{th(mL)+G}{1+G.th(mL)};\ \varepsilon = \frac{th(mL)+G}{m.L+G.th(mL)};\ m=\sqrt{\frac{h.P}{k.S}};\ G=\frac{h}{k.m}$$

d[mm]	4	6	8
S[m²]	$1{,}256.10^{-5}$	$2{,}827.10^{-5}$	$5{,}026.10^{-5}$
P[m]	0,0125	0,0188	0,0251
m[m⁻¹]	14,11	11,53	9,99
G	0,0142	0,0173	0,0200
m.L	0,8466	0,6918	0,5994
φ[W]	4,2966	6,915	9,62
ε[%]	82,14%	87,79%	91,23%



On remarque que le flux thermique varie linéairement en fonction du diamètre de l'ailette (relation proportionnelle).

L'efficacité varie en fonction du diamètre selon une loi logarithmique.