Fiche TD N=2

Exercice 1

On peut trouver sur le marché des casseroles en aluminium et d'autres en cuivre. Pour déterminer lequel de ces deux matériaux est celui qui transfère l'énergie thermique le plus rapidement, Marc utilise deux plaques de mêmes dimensions, l'une en cuivre et l'autre en aluminium. Il maintient un écart de température constant et égal à 5,0 °C entre les deux faces planes et parallèles de la plaque de cuivre. Le transfert thermique, pendant une durée de 15 min, entre les deux faces est Q_{Cu} = 4,4 x 10^6 J. Ensuite, il procède de même avec la plaque d'aluminium dont la résistance thermique est R_{th} Al = 1,7 x 10^{-2} $K.W^{-1}$

1. Quel est le flux thermique qui traverse : a/ la plaque de cuivre ? b/ la plaque d'aluminium ?

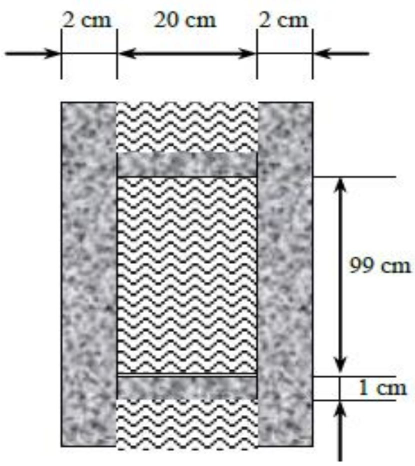
2. Pour des dimensions identiques, quel est le matériau qui transfère le plus rapidement l'énergie thermique ?

Exercice 2

Un mur de 4 m de haut et 6 m de long est composé de deux plaques d'acier (Ka= 15 W / m.° C) de 2cm d'épaisseur chacune, séparés par 1 cm d'épaisseur et 20 cm de largeur des barres d'acier espacé de 99 cm. L'espace entre les plaques d'acier est rempli d'isolant de fibre de verre (Ki= 0,035 W/m°C). Si la différence de température entre la surface intérieure et celle de l'extérieure du mur est 22°C :

1) déterminer le flux de chaleur échangé à travers le mur,

2) déterminer le flux de chaleur échangé à travers le mur si on ignore les barres d'acier entre les plaques, car ils n'occupent que 1 pour cent de surface d'échange.



Le mur est construit de deux grandes plaques d'aciers séparés par 1 cm d'épaisseur des barres d'acier espacé de 99 cm. L'espace restant entre les plaques d'acier est rempli d'isolant en fibre de verre. Le flux de chaleur à travers la paroi du mur est à déterminer, et il est à évaluer si les barres d'acier entre les plaques peuvent être ignorées dans l'analyse, car ils n'occupent que 1 pour cent de la surface d'échange de chaleur.

Exercice 3

Une conduite cylindrique en acier (diamètre intérieur 53 mm, diamètre extérieur 60 mm, K_1 =40,4 W/m.°C) transportant de la vapeur est calorifugée par 32 mm d'un revêtement fondu à haute température, composé de terre à diatomée et d'amiante (K_2= 0,101 W/m.°C). Ce revêtement est isolé par 65 mm de feutre d'amiante feuilleté (K_3 = 0,072 W/m.°C). Au cours d'un essai, on a trouvé que la température du milieu environnant était de 30°C, la température moyenne intérieure au tuyau dans lequel circule la vapeur était de 482°C et la température de la surface extérieure du revêtement de 50°C.

On demande de calculer :

1. les pertes de chaleur exprimées par unité de longueur de tuyau.
2. la température de la surface comprise entre les deux couches de calorifuge.
3. le coefficient de transfert convectif *hc* à l'extérieur de la conduite, exprimé par unité de surface extérieure de revêtement.

Solution de fiche TD N 2

Exercice N=1

Donnée : Le flux thermique a pour expression : $\varphi = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{|T_1 - T_2|}{R_{th}}$

1. a. Le flux thermique qui traverse la plaque de cuivre est: $\varphi_{Cu} = \frac{Q_{Cu}}{\Delta t} = \frac{4{,}4 \times 10^6}{15 \times 60} = 4{,}9 \times 10^3$ W

   b. Le flux thermique qui traverse la plaque d'aluminium est : $\varphi_{Al} = \frac{|\Delta T|}{R_{th\_Al}} = \frac{5{,}0}{1{,}7 \times 10^2} = 2{,}9 \times 10^2$ W

2. Pour des dimensions identiques, le flux thermique qui traverse une plaque d'aluminium est moins important que celui qui traverse une plaque de cuivre.
Un flux thermique est l'énergie transférée à travers une surface par unité de temps. Le cuivre est donc le métal qui transfère le plus rapidement l'énergie thermique.

Exercice N=2

Hypothèses :

1 Le transfert de chaleur est stationnaire.

2 Le transfert de chaleur à travers le mur peut être estimé à une dimension.

3 les conductivités thermiques sont constantes.

4 Les surfaces de la paroi sont maintenues à des températures constantes.

Nous considérons que l'analyse de 1 m de haut et 1 m de large portion de la paroi qui est représentative de tout le mur.

Résistance thermique du réseau et les résistances sont

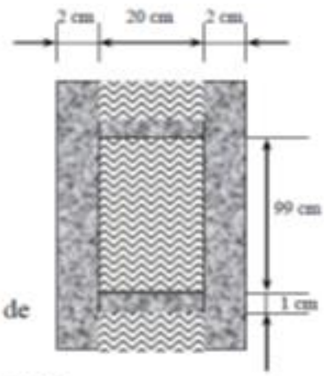
$$R_1 = R_4 = R_{acier} = \frac{L}{\lambda_{acier} S_{acier}} = \frac{0.02\ \text{m}}{(15\ \text{W/m.°C})(1\ \text{m}^2)} = 0.00133\ \text{°C/W}$$

$$R_2 = R_{barre} = \frac{L}{\lambda_{acier} S_{barre}} = \frac{0.2\ \text{m}}{(15\ \text{W/m.°C})(0.01\ \text{m}^2)} = 1.333\ \text{°C/W}$$

$$R_3 = R_{isolant} = \frac{L}{\lambda_{isolant} S_{isolant}} = \frac{0.2\ \text{m}}{(0.035\ \text{W/m.°C})(0.99\ \text{m}^2)} = 5.772\ \text{°C/W}$$

$$\frac{1}{R_{eqv}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{1.333} + \frac{1}{5.772} \longrightarrow R_{eq} = 1.083\ \text{°C/W}$$

$$R_{total} = R_1 + R_{eqv} + R_4 = 0.00133 + 1.083 + 0.00133 = 1.0856\ \text{°C/W}$$



Le flux de chaleur pour une surface de 1 m² est :

$$\phi = \frac{\Delta T}{R_{total}} = \frac{22\ \text{°C}}{1.0857\ \text{°C/W}} = 20.26\ \text{W}$$

Le flux total échangé à travers le mur est :

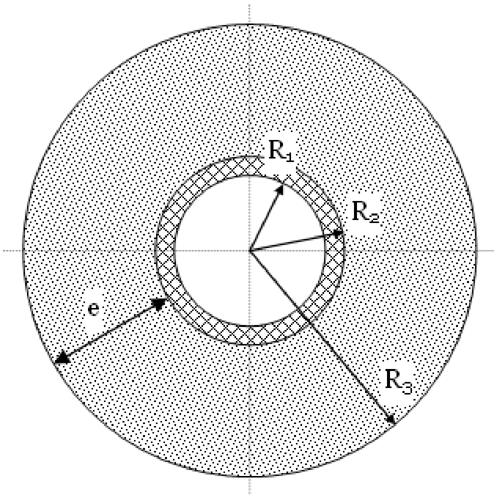
$$\phi_{total} = (4 \times 6)\dot{Q} = 24(20.26\ \text{W}) = \mathbf{486.3\ W}$$

Si les barres d'acier entre les plaques sont ignorées dans l'analyse, le flux de chaleur pour une surface de 1 m² est

$$\phi = \frac{\Delta T}{R_{total}} = \frac{\Delta T}{R_1 + R_{insulation} + R_4} = \frac{22\ \text{°C}}{(0.00133 + 5.772 + 0.00133)\text{°C/W}} = 3.81\ \text{W}$$

Le flux de chaleur qui traverse les barres d'acier entre les plaques est de (20.26-3.81)/20.26=81.2% du transfert de chaleur qui travers les le mur, malgré les faibles espace qu'ils occupent, et bien sûr, leur effet ne peut être négligé. Le raccordement des bars servent de "ponts thermiques".

Exercice N=3



$\alpha := 0.0462 \cdot \frac{W}{m \cdot K}$ $\lambda_a := 1.52 \cdot \frac{W}{m \cdot K}$

$\beta := 0.00015 \cdot \frac{W}{m \cdot (K)^2}$ $\lambda(T) := \alpha + \beta \cdot T$

$T_1 := (85 + 273.15) \cdot K$ $T_1 = 358.15 K$

$T_3 := (20 + 273.15) \cdot °C$ $T_3 = 293.15 K$

$R_1 := \frac{9}{2} \cdot cm$ $R_1 = 0.045 m$

$R_2 := R_1 + 6 \cdot mm$ $R_2 = 0.051 m$

$R_3 := R_2 + 10 \cdot cm$ $R_3 = 0.151 m$

Conduction $\Phi = \varphi \cdot S = -\lambda \cdot \frac{dT}{dr} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L$

tube : $\int_{R_1}^{R_2} \frac{\Phi}{r} dr = -\int_{T_1}^{T_2} 2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda_a \, dT$ $\frac{\Phi}{2 \cdot \pi \cdot L} = \lambda_a \cdot \frac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$

isolant : $\int_{R_2}^{R_3} \frac{\Phi}{r} dr = -\int_{T_2}^{T_3} 2 \cdot \pi \cdot L \cdot (\alpha + \beta \cdot T) \, dT$ $\frac{\Phi}{2 \cdot \pi \cdot L} = \frac{\alpha \cdot (T_2 - T_3) + \frac{\beta}{2} \cdot (T_2^2 - T_3^2)}{\ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right)}$

On obtient une équation du second degré en T_2. $\frac{\alpha \cdot (T_2 - T_3) + \frac{\beta}{2} \cdot (T_2^2 - T_3^2)}{\ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right)} = \frac{\lambda_a \cdot (T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$

$$\left(\frac{\beta}{\ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right)}\right) \cdot T_2^2 + 2 \cdot \left(\frac{\alpha}{\ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right)} + \frac{\lambda_a}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}\right) \cdot T_2 - 2 \cdot \left[\frac{\left(\alpha \cdot T_3 + \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot T_3^2\right)}{\ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right)} + \frac{\lambda_a \cdot T_1}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}\right] = 0$$

$$\frac{0.00015}{\ln\left(\frac{151}{51}\right)} \cdot T_2^2 + 2 \cdot \left(\frac{0.0462}{\ln\left(\frac{151}{51}\right)} + \frac{1.52}{\ln\left(\frac{51}{45}\right)}\right) \cdot T_2 - 2 \cdot \left(\frac{0.0462 \cdot 293.15 + \frac{0.00015}{2} \cdot 293.15^2}{\ln\left(\frac{151}{51}\right)} + \frac{1.52 \cdot 358.15}{\ln\left(\frac{51}{45}\right)}\right) = 0$$

$$1.381910 \times 10^{-4} \cdot T_2^{2} + 2 \times 12.186713 \cdot T_2 - 8735.685 = 0$$

$\Delta := 12.186713^2 + 1.381910 \times 10^{-4} \times 8735.685$ $\Delta = 149.723$

$T_2 := \frac{-12.186713 + \sqrt{\Delta}}{1.381910 \cdot 10^{-4}} \cdot K$ $T_2 = 357.685 K$ $T_2 - 273.15K = 84.5 \cdot °C$

1°) Calcul du débit de chaleur par unité de longueur

$$\phi := \frac{2\cdot\pi\cdot\lambda_a}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}\cdot(T_1 - T_2) \qquad \phi = 35.49\cdot\frac{W}{m}$$

Vérification :

$$2\cdot\pi\cdot L\cdot\frac{\alpha\cdot(T_2 - T_3) + \frac{\beta}{2}\cdot\left(T_2^{\,2} - T_3^{\,2}\right)}{\ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right)} = 35.49\cdot W$$

En prenant une valeur moyenne pour λ :

$$\lambda_m = -\int_{T_2}^{T_3}\frac{\alpha + \beta\cdot T}{T_2 - T_3}\,dT \qquad \lambda_m := 0.095\cdot\frac{W}{m\cdot K}$$

$$\phi := \frac{T_1 - T_3}{\frac{1}{\lambda_a}\cdot\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) + \frac{1}{\lambda_m}\cdot\ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right)}\cdot 2\cdot\pi \qquad \phi = 35.49\cdot\frac{W}{m}$$

on trouve la même chose

2°) Circulation d'un courant d'eau chaude

$$\rho := 1000\cdot\frac{kg}{m^3} \qquad c_p := 1\cdot\frac{kcal}{kg\cdot K} \qquad c_p = 4.187\cdot\frac{kJ}{kg\cdot K} \qquad V' := 1200\cdot 10^{-3}\cdot\frac{m^3}{h} \qquad \Delta T := 2K$$

Pertes tolérées : $\Phi_{max} := \rho\cdot c_p\cdot V'\cdot\Delta T$ $\qquad \Phi_{max} = 2791\,W$

Calculons les pertes sur 100 m pour la conduite avec 10 cm d'isolant :

$$L_e := 100\cdot m \qquad \Phi_e := \phi\cdot L_e \qquad \Phi_e = 3549\,W$$

$$\Delta T := \frac{\Phi_e}{\rho\cdot c_p\cdot V'} \qquad \Delta T = 2.54K \qquad L'_e := \frac{\Phi_{max}}{\phi} \qquad L'_e = 78.7m$$

Trop fort ! il faut augmenter l'épaissur d'isolant, de telle façon que $\Phi{=}\Phi_{max}$. $\qquad R_3 - R_2 = 10\cdot cm$

$$\Phi_{max} = 2\cdot\pi\cdot L_e\cdot\frac{\lambda_a\cdot(T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \qquad T_2 := T_1 - \frac{\Phi_{max}}{(2\cdot\pi\cdot L_e\cdot\lambda_a)}\cdot\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \qquad T_2 = 357.78K$$

$$T_2 - 273.15K = 84.6\cdot°C$$

$$\Phi_{max} = 2\cdot\pi\cdot L_e\cdot\frac{\alpha\cdot(T_2 - T_3) + \frac{\beta}{2}\cdot\left(T_2^{\,2} - T_3^{\,2}\right)}{\ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right)} \qquad \ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right) = \frac{2\cdot\pi\cdot L_e\cdot\left[\alpha\cdot(T_2 - T_3) + \frac{\beta}{2}\cdot\left(T_2^{\,2} - T_3^{\,2}\right)\right]}{\Phi_{max}}$$

$$R_3 := R_2\cdot\exp\left[\frac{2\cdot\pi\cdot L_e\cdot\left[\alpha\cdot(T_2 - T_3) + \frac{\beta}{2}\cdot\left(T_2^{\,2} - T_3^{\,2}\right)\right]}{\Phi_{max}}\right] \qquad R_3 = 0.203m$$

$$ep_{isol} := R_3 - R_2 \qquad ep_{isol} = 15.2\cdot cm$$