Cour n°2 Transformateur Monophasé

I - transformateur monophasé

I.1 Généralités sur le transformateur

Un transformateur a pour but de modifier les amplitudes des grandeurs électriques alternatives : il transforme des signaux de tension et de courant de fréquences données en signaux de même fréquence mais de valeurs efficaces différentes.

L'une des particularités du transformateur est qu'il a un rendement très élevé, souvent proche de 100 % : dans les gros transformateurs, on a moins de 1 % de pertes. Pour simplifier, nous ne considérerons ici que le cas du transformateur monophasé, mais les principes physiques s'appliquent aussi au cas du transformateur triphasé.

Un transformateur monophasé est constitue :

- D'un circuit magnétique fermé.
- De deux circuits électriques sans liaison entre eux, enroulés autour du circuit magnétique (figure I. 1)

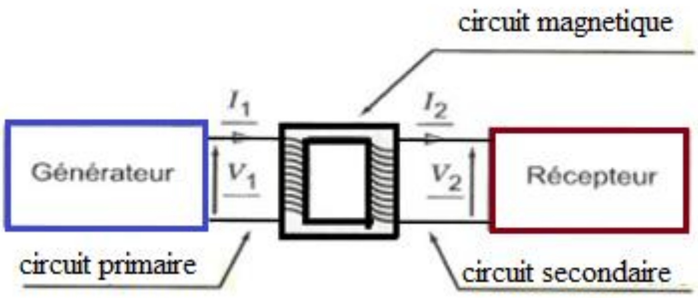


Figure I.1 *Constitution d'un transformateur*

On utilise la convention récepteur pour le primaire (le sens positif de V_1 est pris en opposition avec celui de I_1) et générateur pour le secondaire (le sens positif de V_2 est pris dans le même sens que celui de I_2)

I.2 Principe de fonctionnement

L'enroulement primaire est soumis a une tension sinusoïdale. Il est donc traverse par un courant sinusoïdale et donne naissance a travers le circuit magnétique a un flux sinusoïdale. Ce flux engendre alors une force ´électromotrice induite E_1 dans l'enroulement primaire et E_2 dans l'enroulement secondaire. Aux niveaux des bornes du secondaire, apparait alors une tension sinusoïdale dont la fréquence est la même que celle de la tension appliquée au primaire, mais dont l'amplitude est différente. Le comportement du transformateur peut alors ˆêtre appréhendé par le schéma report´e sur la figure I.2

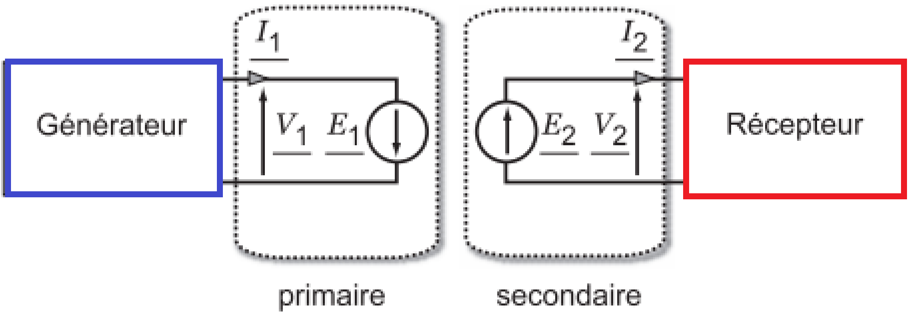


Figure I.2 *Constitution d'un transformateur*

I.3 *Le transformateur parfait (ou idéal)*

On appelle transformateur parfait, ou idéal, un transformateur vérifiant les conditions suivantes :

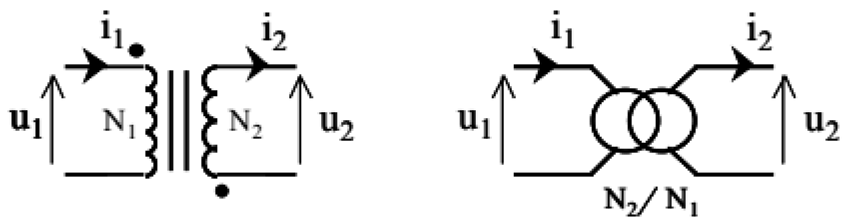
- Les pertes dans le fer, c'est `a dire les pertes par hystérésis et les courants de Foucault sont nulles. Le noyau est infiniment perméable au champ magnétique et sa reluctance grandeur décrivant la résistance d'un circuit magnétique à sa pénétration par un champ magnétique, est nulle.
- La résistance des enroulements primaires et secondaires est nulle. Il n'y a pas de pertes de flux magnétique : tout le flux présent dans le noyau sert à magnétiser l'enroulementsecondaire.

Du point de vue des grandeurs électriques, cela veut dire que :

Si le secondaire est à vide, donc si I_2 = 0, alors le courant qui traverse le primaire est nul, c'est `a dire que $I_1 = 0$;

- Le secondaire se comporte comme un générateur parfait, de résistance interne nulle, de sorte que la valeur efficace de la tension au secondaire V_2 est constante quand le courant au secondaire I_2 varie, en valeur efficace, de 0 à sa valeur nominale I_{2n} ;
- Le rendement du transformateur est de η = 1 = 100 %.

La figure suivante présente deux symboles couramment rencontrés pour représenter un transformateur parfait :



. **Figure I.3** *Constitution d'un transformateur*

Sur le premier symbole les points portés sur les bobinages indiquent la borne d'entrée du courant pour obtenir des flux orientés dans le même sens. Le deuxième symbole est représenté avec le rapport de transformation.

I.3.1 Equation des tensions

Dans le cas idéal, les tensions au primaire et secondaire vérifient les relations :

$$V_1 = -E_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt} \qquad \text{(II.1)}$$

$$V_2 = E_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} \qquad \text{(II.2)}$$

Et du fait que $\mathbf{d\Phi/dt \neq 0}$ on peut ramener ces deux expressions à :

$$\frac{\mathbf{V_1}}{\mathbf{V_2}} = -\frac{\mathbf{N_1}}{\mathbf{N_2}} = -\mathbf{m} \qquad \text{(II.3)}$$

Ou **m** est appelé le rapport de transformation. Si l'on remplace les valeurs temporelle de la tension par des valeurs efficaces, la précédente équation se ramène, dans le cas idéal, a

:

$$\frac{\mathbf{V_2}}{\mathbf{V_1}} = \mathbf{m} \quad \text{(II.4)}$$

Le fait que l'on doit avoir dΦ/dt ≠0 implique que le transformateur ne peut fonctionner qu'en régime alternatif.

I.3.2 Equation d'intensités

Dans le cas général, le courant au primaire et celui au secondaire sont relies à tout instant par la relation d'Hopkinson (II.5):

$$N_1 I_1 + N_2 I_2 = \mathcal{R}\Phi_m \quad \text{(II.5)}$$

Où $Ø_m$ est le flux mutuel (dans le cas idéal $Ø_m$ = Ø) et la reluctance $\mathcal{R}$ du circuit noyau est nulle dans un transformateur idéal, l'équation devient :

$$\frac{I_1}{I_2} = -\frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{m} \quad \text{(II.6)}$$

I.3.3 Lois de conservation

A partir des équations de tension et de courant nous pouvons écrire que :

$$V_2 I_2 = m V_1 \times \frac{1}{m} I_1 = V_1 I_1 \quad \text{(II.7)}$$

$\mathbf{S_1}$ la puissance apparente absorbée au primaire et S_2 celle fournie au secondaire, alors :

$$S_1 = S_2 \quad \text{(II.8)}$$

Le transformateur conserve le déphasage φ.

Or, la puissance active P s'exprime comme :. P = S cosφ

Tandis que la puissance réactive Q vérifie :Q = S sinφ

Comme **S** et φ sont conserves, alors il en va de même pour P et Q. donc

$$S_1 = S_2 \; et \; Q_1 = Q_2 \tag{II.9}$$

I.4 Adaptation d'impédance

Si on considère un transformateur parfait dont le secondaire est chargé par une impédance complexe Z, l'impédance de la charge Z vue depuis l'entrée du transformateur, devient Z' (figure I.4).

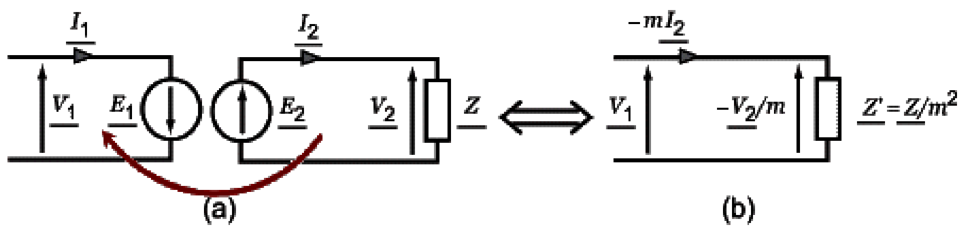


Figure I.4 *Impédance du secondaire, ramenée au primaire.*

$$\underline{V2} = \underline{Z}.\underline{I2}$$

Dou vient :

$$\underline{I_1} \,/\, m \; et \; \underline{V_2} = -m.\underline{V_1}$$

$$\underline{Z'} = \frac{\underline{V_1}}{\underline{I_1}} = \frac{\frac{\underline{V_2}}{m}}{-m \; I_2} = \frac{\underline{V_2}}{\underline{I_2}} \times \frac{1}{m^2} \;\Leftrightarrow\; \underline{\boldsymbol{Z'}} = \frac{\boldsymbol{Z}}{\boldsymbol{m^2}} \tag{II.10}$$

On obtient

- Pour ramener une impédance du secondaire vers le primaire, il suffit de la diviser par m^2.
- Pour ramener une impédance du primaire vers le secondaire on multiplie

l'impédance du primaire par m^2

Ces règles de transformation restent valables dans le cas d'un transformateur réel.

I.5 *- Le transformateur réel*

Dans un transformateur réel, on ne néglige plus les pertes. Aussi doit-on prendre en compte :

- Les pertes Joule dans les enroulements, du fait de leurs résistances non-nulles ;
- Les pertes fer au niveau du noyau dues au phénomène d'hystérésis et à l'apparition de courants de Foucault : la reluctance R n'est plus nulle ;
- Les fuites de flux magnétique au niveau du noyau (voir figure I.5). Une partie seulement du flux créé au niveau du primaire Φ sert à magnétiser le secondaire : c'est le flux démagnétisation Φ_m. Une autre partie du flux est perdue dans l'entrefer : c'est le flux de fuite Φ_f.

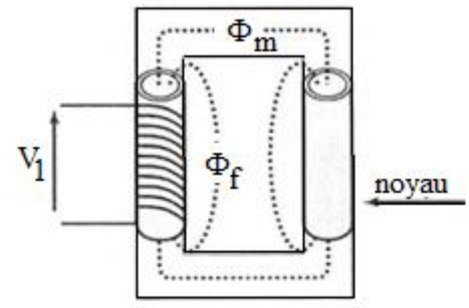


Figure I. 5 *Fuites de flux dans un noyau*

I.5.1 Transformateur réel à vide

Le transformateur est à vide, c'est à dire lorsque le secondaire est en circuit ouvert. les pertes Joule dues à la résistance des enroulements peuvent être négligé, mais les pertes due aux courants de Foucault et aux phénomènes d'hystérésis apparaissant lors de la magnétisation du noyau qui ne peuvent pas être négligés on représente cette perte par une perte active modélisé par une Resistance R_f et une perte réactive modélisé par une inductance l_m d'ou le circuit du primaire du transformateur a vide figure I.6.

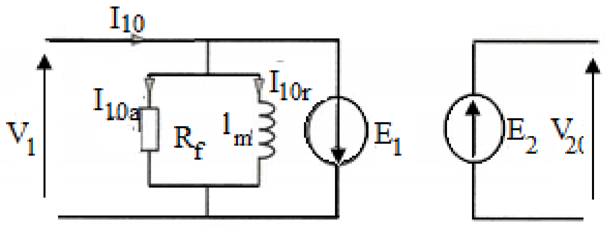


Figure I.6 *Circuit équivalent du transformateur réel à vide*

Les pertes fer (ou pertes fer) P_{fer} regroupent les pertes de puissance active, l'expression des pertes fer se ramène à :

$$P_{fer} = V_1 I_{1a0} = R_f I_{1a0}^2 \quad \text{(II.11)}$$

I.5.2 Transformateur réel en charge

Quand un transformateur débite dans un récepteur, on dit qu'il fonctionne en charge, le courant I_1 circulant dans le primaire est suffisamment élevé pour que les pertes de flux par fuite et les pertes Joule dues à la résistance des enroulements ne puissent plus être raisonnablement négligées.

Afin de prendre ces-dernières en compte, nous les schématisons au primaire et ausecondaire par une résistance (**r_1,r_2**) décrivant les pertes actives ainsi qu'une inductance (**l_1,l_2**) décrivant les pertes réactives, Le circuit équivalent du transformateur monophasé réel en charge est reporte sur la figure I.7 [4,5].

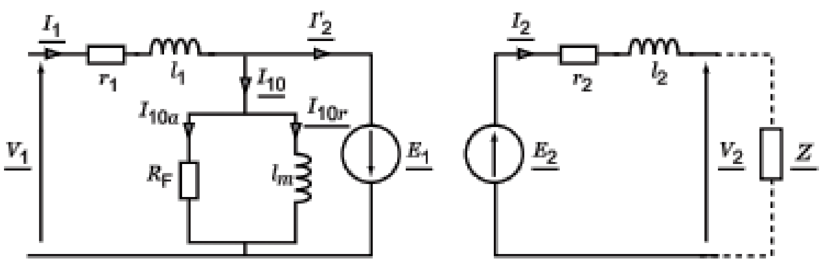


Figure I.7 *Circuit ´équivalent du transformateur monophasé réel en charge.*

A - Equations des tensions

Au primaire, la loi des mailles nous permet d'´ecrire que :

$$V_1 = (r_1 + jl_1\omega)I_1 - E_1 \tag{II.12}$$

On prend en compte les fuites de flux :

$$E_1 = -N_1 \frac{d\Phi_m}{dt} \tag{II.13}$$

De la même façon, au secondaire, on établit la relation :

$$V_2 = (r_2 + jl_2\omega)I_2 - E_2 \tag{II.14}$$

Avec : $E_2 = -N_2 \frac{d\Phi_m}{dt}$ (II.15)

B - Equations des courants

Le transformateur est une machine à flux forcé, le flux mutuel Φ_m ne change pas que le transformateur soit charge ou à vide, ce qui nous permet d'´ecrire :

$$N_1 I_1 + N_2 I_2 = N_1 I_{10} = \mathcal{R}\Phi_m \tag{II.16}$$

Aussi : $I_1 = I_{10} - \frac{N_2}{N_1} I_2$ (II.17)

Or : $\frac{N_2}{N_1} = m$

De sorte que :

$$I_1 = I_{10} - mI_2 \tag{II.18}$$

On pose alors : $-mI_2 = I'_2$ (II.19)

I.6 Transformateur dans l'approximation de Kapp

Afin de simplifier le circuit équivalent du transformateur, on se place alors dans l'hypothèse de kapp, qui consiste a supposer que le courant i_{10} est négligeable devant I_1 au voisinage de la charge nominale. De cette manière les deux éléments (R_f parallèle a l_m sont remplaces par un circuit ouvert. L'expression du courant devient :

$$I'_2 = I_{1n}$$
$$I_2 = I_{2n}$$
$$\frac{I_{2n}}{I_{1n}} = -\frac{1}{m}$$

En prenant les valeurs efficaces des courants nominaux, la relation :

$$\frac{\mathrm{I_{2n}}}{\mathrm{I_{1n}}} = \frac{1}{\mathrm{m}} \qquad \text{(II.20)}$$

A - Impédances ramenée au secondaire.

On obtient alors un schéma simplifié avec les impédances ramenées au secondaire (figure I.8) :

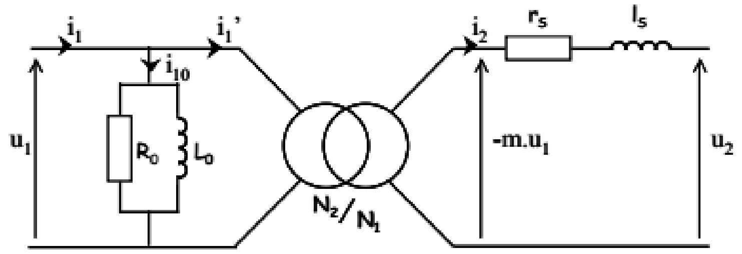


Figure I.8 *simplifié avec les impédances ramenées au secondaire*

tel que : $r_s = r_2 + m_2.r_1$ (II.21)

$$l_s = l_2 + m_2.l_1$$

L'autre conséquence de l'approximation de Kapp est le fait que le circuit équivalent ramené au primaire du transformateur monophasé réel en charge se simplifie pour devenir (figure I.9):

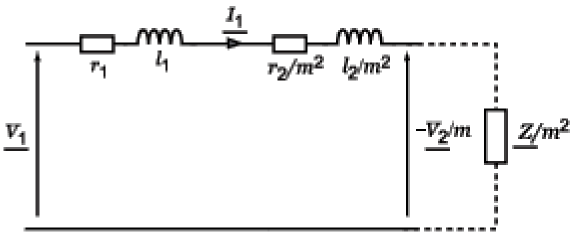


Figure I. 9 *Simplification du circuit équivalent*

On exprime alors la résistance totale du transformateur rapportée au primaire R_p par $R_p = r_1 + \frac{r_2}{m^2}$ (II.22)

La réactance totale du transformateur ramenée au primaire X_p s'exprime quant à elle par :

$$X_p = l_1\omega + \frac{l_2\omega}{m^2} \quad \text{(II.23)}$$

A partir du circuit équivalent simplifie ramené au primaire de la figure.1.6, nous pouvons tracer le diagramme de Fresnel des grandeurs électriques (figure I.10).

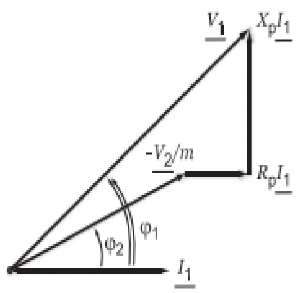


Figure I. 10 *Diagramme de Kapp ramené au primaire*

II. Bilan énergétiqu

II.1. Le rendement

Dans le cas du rendement, nous ne regardons que les pertes et les puissances actives. Les pertes actives sont au nombre de deux : d'une part les pertes fer P_{fer} par courant de Foucault et hystérésis, et d'autre part les pertes Joule dans les enroulements primaire P_{J1} et secondaire P_{J2}.

La chaine des pertes d'un transformateur est donnée sur la figure I.11 [6,7].

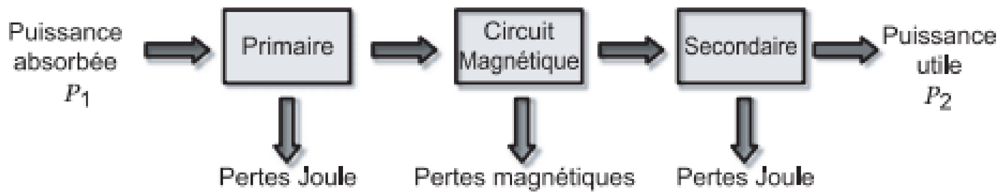


Figure I.11 *Chaine des pertes dans un transformateur.*

Le rendement η est donne par :

Avec P_2 : la puissance de sortie au secondaire (W)

P_1 : la puissance d'entrée au primaire (W).

$$P_1 = P_{j1} + P_{j2} + P_{fer} + P_2 \quad \text{(II.24)}$$

Dans le cas ou l'on fait la mesure de puissance au secondaire, le rendement vaut :

$$\eta = \frac{P_2}{P_2+P_{j1}+P_{j2}+P_{fer}} \quad \text{(II.25)}$$

Un rendement est obligatoire inferieur ou égal à l (égal à 1 signifie aucune perte).Notre transformateur à un rendement inferieur à 1, cela signifie qu'il y a des pertes de puissance entre l'entrée de notre transformateur (le primaire) et sa sortie (le secondaire).les mesures suivantes vont mettre en évidence certaines de ces pertes.

II. 2 *Mesures pour le calcul du rendement*

II.2.1 Mesure directe

Dans la pratique, il est quasiment impossible d'utiliser cette méthode. En effet, le rendement des transformateurs est proche de 1 et, par conséquent, les valeurs de P_1 et de P_2 ainsi mesurées sont sensiblement les mêmes (figure a).

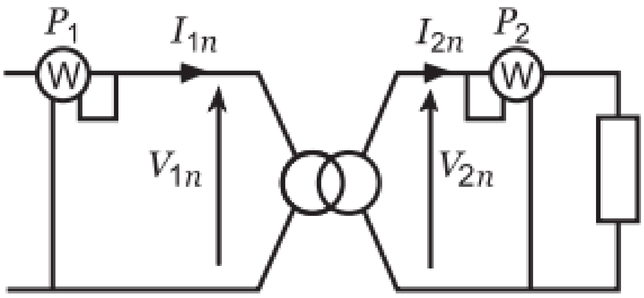


Figure *a*

II.2.2 La méthode des pertes séparées

La méthode des pertes séparées consiste a déterminer le rendement en mesurant les différentes pertes et puissances. Le calcul du rendement `a l'aide de la méthode des pertes séparées demande trois manipulations.

1

<u>*$1^{ère}$ manipulation : l'essai à vide*</u>

La mesure est effectuée par un wattmètre place au primaire, comme le montre la figure b

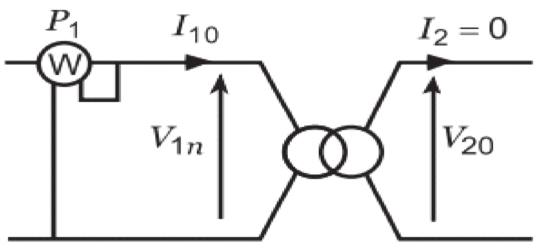


Figure *b*

Cet essai permet de déterminer le rapport de transformation du transformateur :

$$m = \frac{U_{20}}{U_{10}} = \frac{N_2}{N_1}$$

Il n'y a pas de puissance consommée au secondaire ($i_2 = 0 \Rightarrow P_2 = 0$), la puissance mesurée par le wattmètre correspond aux pertes joules au primaire et aux pertes fer :

$$P_{10} = P_{j10} + P_{fer}$$

Or à vide I_{10} est très faible (le courant magnétisant est de l'ordre du dixième du courant nominal), on peut donc négliger les pertes joule par rapport aux pertes fer :

$$\boldsymbol{P_{10} \approx P_{fer}} \qquad \text{(II.26)}$$

L'essai à vide permet de mesurer les pertes fer.

Dans le cadre de l'approximation choisie la puissance active est consommée dans R_0 :

$$R_0 = \frac{U_{10}^2}{P_{10}} \qquad \text{(II.27)}$$

On définit la puissance réactive au sens de Kapp

$Q_K = \sqrt{S^2 - P1_0^2}$ d'où

$$L_0.\omega = \frac{U_{10}^2}{Q_K} = \frac{U_{10}^2}{\sqrt{U_{10}^2 I_{10}^2 - P_{10}^2}} \qquad \text{(II.28)}$$

Cet essai permet également de déterminer le courant magnétisant.

2[eme] manipulation : l'essai en court-circuit.

L'alimentation du primaire doit être impérativement faite sous tension V_1 réduite, le transformateur débite le courant nominal $I_{2cc} = I_{2n}$, comme le montre la figure c

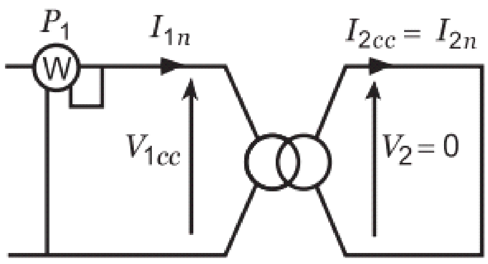


Figure *c*

La puissance P_{1cc} débitée au primaire en court circuit correspond a :

$$P_{1cc} = P_{fer} + P_{j1cc} + P_{j2cc} \tag{II.29}$$

Par contre, comme l'on est à tension réduite, V_1 est petite et par conséquent le flux magnétique est peu important : les pertes fer P_{fer} sont alors néglige

$$P_{1cc} = P_{j1cc} + P_{j2cc} = P_j \tag{II.30}$$

Si on considère les impédances ramenées au secondaire, on a :

$$P_{1cc} = r_s.\ I_{2cc}^2$$

D'où :
$$r_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2} = m^2.\frac{P_{1cc}}{I_{1cc}^2} \tag{II.31}$$

- (I_{1cc} courant mesuré au primaire)

Si on considère le module de l'impédance totale ramenée au secondaire on a :

$$Z_S = m^2.\frac{U_{1cc}}{I_{1cc}}$$

D'où :
$$l_s.\omega = \sqrt{Z_S^2 - r_s^2} \tag{II.32}$$

<u>*3eme manipulation: l'assai en charge :*</u>

Pour la troisième manipulation, on charge le transformateur de façon à se rapprocher du régime nominal. On mesure alors la puissance absorbée par le primaire P_1 .figure d.

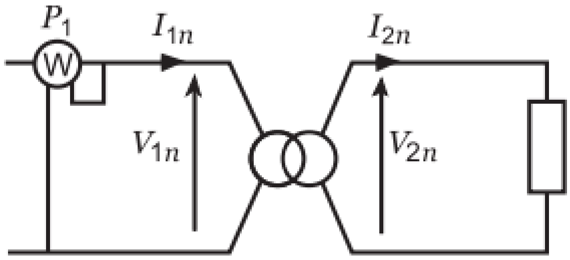


Figure *d*

On choisi l'impédance de charge, Z_C, telle que le transformateur fonctionne aux conditions nominales de tension et de courant.

On défini la chute de tension δU_2 comme la différence des tensions secondaires à vide et en charge :

$$U_2 = U_{20} - U_2 \qquad \text{(II.33}$$

En considérant le modèle du transformateur réel avec les impédances ramenées au secondaire (figure e) on peut écrire :

$$-m.\underline{U_1} = rs.\underline{I_2} + jls\omega.\underline{I_2} + \underline{U_2}$$

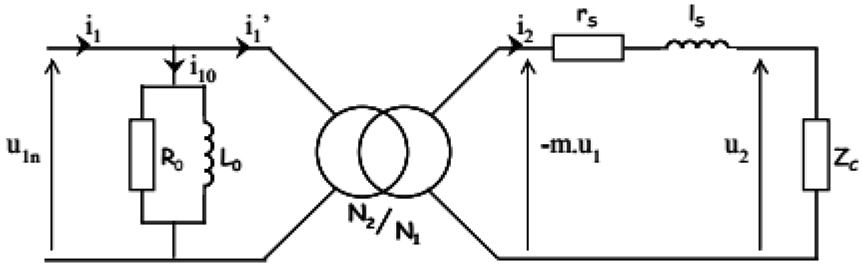


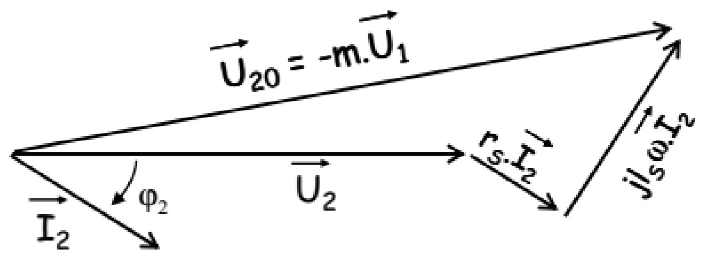
Figure *e*

La tension au secondaire du transformateur parfait du modèle (-m.U_1) correspond à la tension à vide mesurée sous la même tension primaire nominale (U_{20}), d'où :

$$-m.\underline{U_1} = \underline{U_{20}}$$

$$\underline{U_{20}} = r_s.\underline{I_2} + jl_s\omega.\underline{I_2} + \underline{U_2} \quad \text{(II.34)}$$

On obtient le diagramme de Fresnel suivant :



qui conduit à :

$$\delta U_2 \approx r_s I_2.cos\varphi_2 + l_s\omega I_2.sin\varphi_2 \quad \text{(II.35)}$$