$$\Rightarrow y(x) = \mathcal{L}^{-1}\left(\mathcal{L}(y)\right) = -2 + 3x + \frac{7}{3} e^{-\frac{3}{2}x}$$

5

exo n°4 : $\boxed{\mathcal{L}(y^{(n)}(t)) = s^{n}\mathcal{L}(y) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{k} y^{(n-k-1)}(0)}$

1) on applique la transformée de Laplace des 2 côtés.

$$\mathcal{L}(y'' + 2y' - 3y) = \mathcal{L}(e^{-2x}) \; ; \; y(0) = 0, \; y'(0) = 0$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}(y'') + 2\mathcal{L}(y') - 3\mathcal{L}(y) = \frac{1}{s+2}$$

$$\Rightarrow s^{2}\mathcal{L}(y) - \overset{=0}{y'(0)} - s\overset{=0}{y(0)} + 2\left(s\mathcal{L}(y) - \overset{=0}{y(0)}\right) - 3\mathcal{L}(y) = \frac{1}{s+2}$$

$$\Rightarrow s^{2}\mathcal{L}(y) + 2s\mathcal{L}(y) - 3\mathcal{L}(y) = \frac{1}{s+2}$$

$$\Rightarrow (s^{2} + 2s - 3)\mathcal{L}(y) = \frac{1}{s+2}$$

$$\Rightarrow (s+3)(s-1)\mathcal{L}(y) = \frac{1}{s+2}$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}(y) = \frac{1}{(s+3)(s-1)(s+2)}$$

$$= \frac{a}{s+3} + \frac{b}{s-1} + \frac{c}{s+2}$$

après calculs :

$$\mathcal{L}(y) = \frac{1}{4}\frac{1}{s+3} + \frac{1}{12}\frac{1}{s-1} - \frac{1}{3}\frac{1}{s+2}$$

$$\Rightarrow y(x) = \frac{1}{4}e^{-3x} + \frac{1}{12}e^{+x} - \frac{1}{3}e^{-2x}$$