

(La transformée de Laplace)

Exercice n°1: Calculer les transformées de Laplace suivantes:

$$1) L(1 + t) \quad 2) L(1 + t^2 - t^3) \quad 3) L(t + e^{-t})$$

$$4) L(5 + te^{-t}) \quad 5) L\left[\left(2 - t - \frac{1}{2}t^2\right)e^{2t}\right] \quad 6) L(\cos t + \sin 2t)$$

Exercice n°2: Calculer les originaux suivants :

$$1) L^{-1}\left[\frac{(s+2)}{(s+3)(s+4)}\right] \quad 2) L^{-1}\left[\frac{2}{(s+3)^2}\right] \quad 3) L^{-1}\left[\frac{s-1}{s^2+2s+1}\right]$$

$$4) L^{-1}\left[\frac{4}{s+1} + \frac{1}{s^2}\right] \quad 5) L^{-1}\left[\frac{s}{(s^2+1)(s-1)}\right] \quad 6) L^{-1}\left[\frac{2}{s^2-4}\right]$$

Exercice n°3: Utiliser la transformée de Laplace pour résoudre les équations différentielles linéaires d'ordre "1" suivantes :

$$1) y' + 5y = 3 \quad (E_1), \quad \text{avec : } y(0) = 0$$

$$2) 2y' + 3y = 3x \quad (E_2), \quad \text{avec : } y(0) = \frac{1}{3}$$

Exercice n°4: Résoudre en utilisant la transformée de Laplace les équations différentielles linéaires d'ordre "2" suivantes :

$$1) y'' + 2y' - 3y = e^{-2x} \quad (E_1) \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

$$2) y'' + 2y' = \cos(2x) \quad (E_3) \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

Exercice n°5: Utiliser la transformée de Laplace pour résoudre l'équation différentielle suivante :

$$y^{(4)} - y = \sinh 2x \quad (E) \quad \text{avec } y^{(3)}(0) = \dots = y(0) = 0$$

Exercice n°6: Résoudre par la transformée de Laplace le système suivant :

$$x' = 2x - y$$

$$y' = -x + 2y$$

$$x(0) = y(0) = 1$$