Transformée du produit de convolution

Proposition 5.2.5 *Soient les fonctions $f, g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{C}$ vérifiant $f(t) = g(t) = 0$ si $t < 0$, alors*

$$(f * g)(t) = \int_0^t f(t-\tau)g(\tau)d\tau \ .$$

Soient $F(s) = L(f(t))$ $(\mathrm{Re}(s) > 0)$ et $G(s) = L(g(t))$ $(\mathrm{Re}(s) > 0)$, la convolution de deux fonctions f et g, est égale au produit de leurs transformées de Laplace.

$$L\ (f * g)(s) = F(s)G(s).$$

Transformée de Laplace d'une primitive

Soit $F(t) = \int_0^t f(x)dx$ une primitive de f. On a alors $F' = f$ et $F(0) = 0$.

Proposition 5.2.6

$$L(F)(s) = \frac{L(f)(s)}{s}.$$

Table des transformées de Laplace de quelques fonctions usuelles

$f(t)$	$F(s) = L\{f(t); s\}$
1	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{s^n}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
te^{at}	$\frac{1}{(s-a)^2}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{at}$	$\frac{1}{(s-a)^n}$
$\frac{e^{at}-e^{bt}}{a-b}$	$\frac{1}{(s-a)(s-b)}, \quad a \neq b$
$\sin at$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
$\sinh at$	$\frac{a}{s^2-a^2}$
$\cos at$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
$\cosh at$	$\frac{s}{s^2-a^2}$
$\frac{1}{t}\sin at$	$\arctan \frac{a}{s}$
$\frac{2}{t}(1-\cos wt)$	$\lg \frac{s^2+a^2}{s^2}$
$\frac{2}{t}(1-\cosh at)$	$\lg \frac{s^2-a^2}{s^2}$
$\frac{1}{t}\left(e^{bt}-e^{at}\right)$	$\lg \frac{s-a}{s-b}$