4) $U_n = \dfrac{2^n [(n+1)!]^2}{(2n-1)!}$ positive

utilise le
critère d'Alembert.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{U_{n+1}}{U_n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{2^{n+1}[(n+2)!]^2}{(2n+1)!} \frac{(2n-1)!}{2^n[(n+1)!]^2}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{2[(n+2)]^2}{(2n+1)2n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{2(n+2)^2}{4n^2+2n}$$

$$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow \sum U_n \text{ cv.}$$

5) $U_n = \dfrac{\cos(\frac{1}{n})}{n^2} + \dfrac{n}{n+1}$ positive

$$\lim_{n\to+\infty} U_n = \lim_{n\to+\infty}\left[\underbrace{\frac{\cos(\frac{1}{n})}{n^2}}_{\to 0} + \underbrace{\frac{n}{n+1}}_{\to 1} \right] = 1 \neq 0$$

$\Rightarrow \sum U_n$ div

exo n°3:

1) a) Etudions la CVS de la fct définie par :

$g_n(x) = x - \dfrac{\sin x}{n}$ $\quad x \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}^*$

on a $\lim_{n\to+\infty} \left[x - \dfrac{\sin x}{n}\right] = x$ donc la suite

$(g_n)_{n\in\mathbb{N}}$ CVS sur $\mathbb{R}$ vers la fct $g : x \mapsto x$