exo n° 21

1) on a $U_n = \dfrac{4n^4+1}{n^4+n+1}$, La série de terme U_n est une série à termes réels positif, on peut calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}(U_n)$

$$\lim_{n\to\infty} U_n = \lim_{n\to\infty} \frac{4n^4+1}{n^4+n+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{4n^4}{n^4} = 4 \neq 0$$

donc $\sum U_n$ div

2) $U_n = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}\right)^n$ - une série à termes positifs

on applique le critère de Cauchy

$$\sqrt[n]{U_n} = \sqrt[n]{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}\right)^n} = \frac{1}{2}+\frac{1}{2n}$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{U_n} = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}\right) = \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow \sum U_n \text{ cv}$$

3) $U_n = \dfrac{e^{n\ln 3}}{(2n)^n}$ C'est une série à termes positifs alors on utilise le critère de Cauchy

$$\sqrt[n]{U_n} = \frac{e^{\ln 3}}{2n} \Rightarrow \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{U_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{e^{\ln 3}}{2n}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{3}{2n} = 0 \quad \Rightarrow \sum U_n \text{ cv}$$