Solution de la fiche 4 : (01)

exo n°1 :

1) $S_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{5^n}$ est-elle finie ?

on a $\frac{1}{5^n} = \left(\frac{1}{5}\right)^n$ est le terme d'une série géométrique de raison $q = \frac{1}{5} < 1$ donc la série cv et la somme S_1 est finie

2) $S_2 = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{4^n}{3^n}$ est elle finie ?

on a $\frac{4^n}{3^n} = \left(\frac{4}{3}\right)^n$ est le terme d'une série géométrique de raison $q = \frac{4}{3} > 1$ donc la série div et la somme S_2 n'est pas finie

3) $S_3 = \sum_{n=3}^{+\infty} \frac{2^n}{3^{n-2}}$ est-elle finie ?

$\frac{2^n}{3^{n-2}} = \frac{2^2 \, 2^{n-2}}{3^{n-2}} = 4\left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}$ avec un changement de variable

$N = n-2 \Rightarrow 0 \leq N$

on a $S_3 = 4\sum_{N=0}^{\infty} \frac{2^N}{3^N} \rightarrow \frac{2^N}{3^N} = \left(\frac{2}{3}\right)^N$ c'est le terme général d'une série géométrique de raison $q = \frac{2}{3} <$ $\Rightarrow$ La série cv et S_3 est finie

4) $S_4 = \sum_{0}^{\infty} \frac{7}{(n+1)(n+2)} \underset{\infty}{\sim} \sum_{0}^{\infty} \frac{7}{n^2}$

C'est une série de Riemann $\Rightarrow$ cv $\Rightarrow$ S_4 finie