exo 3 :

07

1) on résoud l'équation différentielle (E_1)

$$y'' - 3y' + 2y = x^2 - 3x \quad (E_1)$$

$\Rightarrow (E_1H) \quad y'' - 3y' + 2y = 0$

L'équation caractéristique $r^2 - 3r + 2 = 0$ admet deux racines $r = 1$ et $r = 2$ donc la solution générale de l'équation (E_1H) est donnée par :

$$y_h = C_1 e^{x} + C_2 e^{2x} \; ; \; C_1 ; C_2 \in \mathbb{R}.$$

on cherche une solution particulière sous la forme d'un polynôme de même degré

i.e $\quad y_p = ax^2 + bx + c \Rightarrow$

$y'_p = 2ax + b \Rightarrow y''_p = 2a$ d'où

en remplaçant dans (E_1) on obtient

$$2a - 3(2ax + b) + 2(ax^2 + bx + c) = x^2 - 3x$$

et ainsi

$$2ax^2 + (-6a + 2b)x + (2a - 3b + 2c) = x^2 - 3x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a = 1 \\ -6a + 2b = -3 \\ 2a - 3b + 2c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 0 \\ c = -\frac{1}{2} \end{cases}$$