Une solution particulière est donc donnée pour c=0

$$y_p = [(-x-2)e^{-x}]e^{x} = -x-2$$

et la solution générale de (E_1) par :

$$y = y_p + y_h = -x-2+ke^{x} \quad k \in \mathbb{R}$$

b) $y' = -y + xe^{-x} + 1 \quad (E_2) \quad x \in I_2 = \mathbb{R}$

on commence par l'équation homogène

$$y' + y = 0 \quad (E_2H)$$

$$\Rightarrow y_h = ke^{-x} \; ; \; k \in \mathbb{R}$$

cherchons une solution particulière de (E_2) sous la forme

$y_p = k(x)e^{-x}$ (k est une fct continûment dérivable sur I_2)

on a alors $y_p' = k'(x)e^{-x} - k(x)e^{-x}$ ce qui donne

dans E_2

$$k'(x)e^{-x} - k(x)e^{-x} = -k(x)e^{-x} + xe^{-x} + 1$$

$$\Rightarrow k'(x)e^{-x} = xe^{-x} + 1$$

ce qui donne

$$k'(x) = x + e^{x}$$

D'après l'intégration on trouve

$$k(x) = \frac{1}{2}x^2 + e^{x} + C \quad \text{avec } C \in \mathbb{R}$$