fiche n°3 !

Exo n°1

a) $y' - y = x + 1$ ... (E_1)

$x \in I_1 = \mathbb{R}$

résolvons d'abord l'équation homogène

$y' - y = 0$ ... (E_1H) D'après le théorème

$y_h = k e^{x}, \quad k \in \mathbb{R}$

Cherchons une solution particulière de (E_1) sous la forme suivante

$y_p = k(x)\, e^{x}$, c'est à dire k est ici une fct continûment dérivable sur I_1.

on a alors $y_p' = k'(x) e^{x} + k(x) e^{x}$ ce qui donne dans (E_1)

$k'(x) e^{x} + k(x) e^{x} - k(x) e^{x} = x + 1 \Rightarrow$

$k'(x) e^{x} = x + 1 \quad \Rightarrow k'(x) = x e^{-x} + e^{-x}$

$\Rightarrow k(x) = \int k'(x)\, dx$

$= \underbrace{\int x e^{-x}\, dx}_{\text{par partie}} + \int e^{-x}\, dx$

(on pose $u = x$ et $v' = e^{-x} \Rightarrow u' = 1$ et $v = -e^{-x}$

$= -x e^{-x} + \int e^{-x} dx + \int e^{-x} dx$

$= -x e^{-x} - e^{-x} - e^{-x} + c$

$= (-x - 2) e^{-x} + c \; ; \; c \in \mathbb{R}$