Proposition 3.2.1 *Suivant la signe de* $\Delta = b^2 - 4ac$, *on a les résultats suivants :*

• $\Delta > 0$: (EC) *admet deux racines réelles distinctes* $r_1 \neq r_2$, *alors la solution de l'équation* (EH) *est :*

$$y_h = c_1 e^{r_1 x} + c_2 e^{r_2 x}, \quad c_1, c_2 \in \mathbb{R}.$$

• $\Delta = 0$: (EC) *admet un racine réelle double (* $r_1 = r_2$), *alors la solution de l'équation* (EH) *est :*

$$y_h = (c_1 + c_2 x)e^{r_1 x}, \quad c_1, c_2 \in \mathbb{R}.$$

• $\Delta < 0$: (EC) *admet deux racines complexes conjuguées* $r_1 = \alpha + i\beta$ *et* $r_2 = \alpha - i\beta$, *alors la solution de l'équation* (EH) *est :*

$$y_h = e^{\alpha x}(c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x), \quad c_1, c_2 \in \mathbb{R}.$$

Exemple 3.2.4
Soit l'équation différentielle suivante :

$$y'' + 3y' + 2y = 0, \cdots (E)$$

L'équation (E) *est une équation homogène (sans second membre), alors l'équation caractéristique est :*

$$r^2 + 3r + 2 = 0, \cdots (EC)$$

ou

$$(r+1)(r+2) = 0, \cdots (EC)$$

L'équation (EC) *admet deux racines réelles* -1 *et* -2. *Donc, la solution générale de l'équation* (E) *est donnée par :*

$$y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x}, \quad c_1, c_2 \in \mathbb{R}.$$

3.2.3 Résolution de l'équation avec sans second membre

Théorème 3.2.1 *la solution générale* $y(x)$ *de l'équation* $ay'' + by' + cy = f(x)$ *est la somme* $y(x) = y_h + y_p$ *où :*

- y_h *est la solution générale de l'équation* $ay'' + by' + cy = 0$ *(dite sans second membre),*