On a alors $y_p' = k'(x)xe^x + k(x)(x+1)e^x$ *ce qui donne dans* (E) :

$$x\left[\,k'(x)xe^x + k(x)(x+1)e^x\right] - (x+1)k(x)xe^x = x^2,$$

et ainsi

$$k'(x)e^x = 1.$$

Ce qui donne :

$$k'(x) = e^{-x}.$$

D'après l'intégration on trouve :

$$k(x) = -e^{-x} + c, \quad c \in \mathbb{R}.$$

Une solution particulière est donc obtenue pour $c = 0$.

$$\begin{aligned} y_p &= -(e^{-x})xe^x \\ &= -x, \end{aligned}$$

et la solution générale de (E) *est donnée par :*

$$y = -x + kxe^x, \quad k \in \mathbb{R}.$$

3.2 Equations différentielles linéaires du $2^{ème}$ ordre à coefficients constants

3.2.1 Définitions

• Une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants, est une équation différentielle de la forme :

$$ay'' + by' + cy = f(x) \cdots (E)$$

où a, b et c sont des constantes, avec $a \neq 0$ et f une fonction définie sur I (I ouvert de $\mathbb{R}$).

• L'équation homogène associée prend la forme suivante :

$$ay'' + by' + cy = 0 \cdots (EH)$$