### b) Résolution de l'équation avec second membre

**Méthode générale "variation de la constante"** Pour résoudre l'équation différentielle linéaire avec second membre suivante :

$$y' + a(x)y = b(x), \cdots (E)$$

nous suivons les étapes suivantes :

* Trouver toutes les solutions $y_h$ de l'équation homogène associée à $(E)$.

* Trouver une solution particulière $y_p$ de l'équation $(E)$ (avec second membre) à laide de la méthode "variation de la contante".

* Les solutions de l'équation $(E)$ ( ou la solution générale) est calculer comme suit :

$$y = y_h + y_p \ .$$

**Exemple 3.1.3** *Soit l'équation différentielle linéaire avec second membre suivante :*

$$xy' - (x+1)y = x^2, \cdots (E)$$

*où* $x \in I = ]0, +\infty[$.

*L'équation différentielle* ***homogène*** *associée à* $(E)$ *est :*

$$xy' - (x+1)y = 0,$$

*ou,*

$$y' - (1 + \frac{1}{x})y = 0 \cdots (EH)$$

*Selon le théorème donné, la solution de l'équ.*$(EH)$ *est :*

$$y' = kxe^x, \qquad k \in \mathbb{R}.$$

*Cherchons ensuite une solution particulière de* $(E)$ *par la méthode "variation de la constante" sous la forme :*

$$y' = k(x)xe^x,$$

*c'est-à-dire* $k$ *ici est une fonction continûment dérivable sur* $I$.